ORSAY
Série A. N°
N° d'ordre
180

Jozef Braat

AMELIORATION DES TECHNIQUES D'HOLOGRAPHIE EN LUMIERE SPATIALEMENT INCOHERENTE

Thèse présentée au CENTRE D'ORSAY

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

décembre 1972

T H E S E

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES

d' ORSAY

Université de Paris XI

Pour obtenir le titre de Docteur Ingénieur

par

Jozef BRAAT

Sujet de la Thèse : Amélioration des techniques d'holographie en lumière spatialement incohérente.

Soutenue le 19 Décembre 1972 devant la Commission d'Examen

MM. MARECHAL - Président
FRANÇON - Examinateur
de LANG - "
LOWENTHAL- "

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

SOMMAIRE

Page

1 - INTRODUCTION

1.1. Influence de la cohérence partielle dans l'éclairage des objets dédoublés. 1

1.2. Eclairage de l'objet par balayage avec un faisceau parallèle - Diminution des temps de pose. 2

1.3. Holographie incohérente à double exposition - Soustraction de luminances. 3

2 - ENREGISTREMENT ET RESTITUTION D'UN HOLOGRAMME INCOHERENT 4

2.1. Géométrie générale d'enregistrement. 4

2.2. Propriétés de la transformée de Fourier de la distribution de luminance sur l'objet. 7

2.3. Restitution de l'hologramme incohérent. 9

2.4. Différents montages d'enregistrement. 11

3 - INFLUENCE DU BRUIT PHOTOGRAPHIQUE SUR LA QUALITE DES IMAGES 15

3.1. Définitions et hypothèses. 15

3.2. Le rapport signal sur bruit pour un hologramme de Fourier cohérent. 16

3.3. Le rapport signal sur bruit pour un hologramme incohérent. 20

3.4. Rapport entre la résolution et le rapport signal sur bruit. 22

3.5. Influence de la fréquence porteuse sur le rapport signal sur bruit. 23

4 - INFLUENCE DE LA COHERENCE PARTIELLE DANS L'ECLAIRAGE DE L'OBJET 25

4.1. Expression générale pour l'éclairement dans le plan de restitution. 26

4.2. Quelques cas spéciaux de cohérence pendant l'enregistrement et lors de la restitution. 29

4.3. Influence de la fonction de cohérence mutuelle - Le filtrage du bruit de l'objet lors de l'enregistrement. 37

4.4. Calcul numérique du rapport signal sur bruit de l'image restituée. 42

5 - HOLOGRAPHIE A DOUBLE EXPOSITION EN LUMIERE SPATIALEMENT INCOHERENTE 46

5.1. Interférométrie. 46

5.2. Soustraction de luminances. 51

6 - ECLAIRAGE INCOHERENT DE L'OBJET PAR BALAYAGE AVEC UNE ONDE PLANE 55

6.1. Calculs théoriques. 55

6.2. Influence de la limitation angulaire du balayage. 57

6.3. Dispositif de balayage. 59

6.4. Résultats. 60

7 - PROPRIETES DES RECEPTEURS PHOTOGRAPHIQUES 61

7.1. Efficacité de diffraction d'un hologramme de phase. 61

7.2. Différents types d'hologrammes de phase. 62

7.3. Les photorésines. 65

CONCLUSION 71

REFERENCES 72

---

1 - INTRODUCTION

L'holographie en lumière spatialement incohérente {1-6} se distingue de l'holographie dite cohérente par l'absence, pendant l'enregistrement, d'une onde porteuse spatialement cohérente qui fournit une référence de phase pour l'onde provenant de l'objet. Dans le plan où l'on enregistre un hologramme cohérent, l'état d'interférence local dépend de l'amplitude complexe de l'onde objet à cet endroit. Par ce procédé, un hologramme cohérent permet de restituer l'amplitude et la phase de l'onde objet.

En holographie dite incohérente, mais qui est en réalité partiellement cohérente, l'objet est éclairé par une onde spatialement incohérente, et les rapports de phase entre différents points de l'objet sont parfaitement aléatoires et changent rapidement dans le temps. Afin de pouvoir coder l'information provenant de l'objet incohérent par une figure d'interférences stables, on effectue, en holographie incohérente, un dédoublement quelconque de l'objet à l'aide d'un système optique. Tout point de l'objet initial donne, dans le plan des objets dédoublés, deux points dont les phases varient en parfait synchronisme et qui peuvent donner une figure d'interférences, stable dans le temps. Grâce au dédoublement, chaque point objet fournit sa propre référence. Les interférences croisées entre points non homologues n'existent plus. Les figures d'interférences, données par chaque couple de points, s'ajoutent en éclairement. Le contraste des interférences diminue au fur et à mesure que le nombre de points incohérents augmente. A la restitution de l'hologramme incohérent, on peut, par un décodage adapté, récupérer l'information sur la distribution spatiale de la luminance de l'objet. L'information sur la phase de l'onde objet est perdue par cette méthode d'enregistrement.

1.1. Influence de la cohérence partielle dans l'éclairage des objets dédoublés

En holographie cohérente, la conservation de l'information sur la phase de l'onde objet est quelquefois à l'origine d'un effet très gênant, la granularité laser (objets diffusants). Chaque objet étant plus ou moins diffusant, l'onde objet est affectée d'un facteur de phase aléatoire, qui module d'une façon parasitaire les interférences enregistrées sur l'hologramme. L'effet produit par la granularité de l'hologramme est l'apparition d'un bruit optique à la restitution, qui rend les images granuleuses. Le résultat est une diminution de la résolution dans les images restituées. En holographie incohérente, cet effet n'existe pas puisque l'information sur la phase de l'objet est perdue.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550025_0025

La restitution d'un hologramme incohérent, par contre, s'effectue par une transformation optique en lumière spatialement cohérente et la diffusion propre du récepteur photographique peut introduire de la granularité dans les images restituées. Cette granularité n'est pas propre à la méthode, mais est causée seulement par la nature du récepteur photographique. On en conclut que, pour faire un hologramme incohérent qui peut restituer un grand nombre de points discernables avec un rapport signal sur bruit convenable, il faut un récepteur photographique très peu diffusant et d'une bonne qualité optique. Seulement à cette condition-là, l'holographie en lumière spatialement incohérente peut être un moyen de stockage d'informations supérieur à l'holographie cohérente, spécialement dans le cas d'objets binaires, fortement diffusants. L'utilisation de récepteurs photographiques non granuleux s'impose dans ce contexte. Leur bruit optique est très réduit par rapport aux récepteurs photographiques ordinaires et, dans le cas où l'éclairement reçu est enregistré sous forme d'une image de phase, l'efficacité de diffraction peut devenir grande ($\simeq$ 30%). Les photorésines (chapitre 7) combinent le mieux ces propriétés avantageuses ; malheureusement, leur sensibilité dans le spectre visible est très petite par rapport aux plaques photographiques ordinaires.

Dans la pratique, l'éclairage de l'objet n'est jamais parfaitement incohérent ; de plus, le système optique de dédoublement introduit, à cause de son étendue limitée, un certain degré de cohérence partielle dans les objets dédoublés. On sent intuitivement que, dans cette situation, l'information de phase que contient l'objet n'est pas complètement perdue, mais se retrouve dans les images restituées sous forme de variations d'éclairement. Le chapitre 4 traite ce cas intermédiaire en utilisant la théorie de la cohérence partielle{17,18}. En particulier, le rapport signal sur bruit a été calculé dans le cas d'objets diffusants en négligeant le bruit apporté par le récepteur photographique lors de la restitution. En fonction des paramètres d'enregistrement (comme la largeur de la région de cohérence dans l'objet ou la méthode de dédoublement), les calculs numériques permettent de voir jusqu'à quel point l'approximation incohérente est valable.

1.2. Eclairage de l'objet par balayage avec un faisceau parallèle - Diminution des temps de pose.

L'utilisation des photorésines a posé le problème du mauvais rendement lumineux lors de l'enregistrement en holographie incohérente, comparé à celui de l'holographie cohérente. Dans ce dernier cas, l'onde porteuse, qui est un faisceau de lumière dirigée, détermine l'éclairement moyen sur l'hologramme. La plus grande

partie de l'énergie lumineuse disponible peut être concentrée dans ce faisceau, ce qui explique le bon rendement énergétique. En holographie incohérente, l'objet est éclairé habituellement en lumière diffuse à l'aide d'un faisceau laser qui frappe un diffuseur mobile. En déplaçant suffisamment le diffuseur pendant le temps de pose, on obtient l'équivalent d'un éclaurage incohérent. En général, l'éclairage par laser s'impose afin de s'affranchir de la cohérence temporelle limitée des sources lumineuses classiques. Etant donné que l'acceptance limitée du système optique à l'enregistrement est mal adaptée au rayonnement diffusé qui s'étend sur un hémisphère, les pertes en flux lumineux sont très importantes en holographie incohérente.

Au lieu d'un éclairage à l'aide d'un diffuseur mobile, on éclaire maintenant l'objet avec un faisceau laser parallèle et dilaté, qui balaie angulairement la pupille d'entrée du système optique à l'enregistrement. On montre qu'en balayant toute la pupille pendant le temps de pose, l'équivalent d'un éclairage incohérent est obtenu. L'avantage de cette méthode est que l'amplitude de balayage peut être exactement adaptée à l'acceptance du système optique. On obtient de cette façon des gains en temps de pose très considérables, ce qui permet d'utiliser des photorésines comme récepteur photosensible, tout en ayant des temps de pose raisonnables. En outre, cette méthode d'éclairage permet d'enregistrer des objets opaques et diffusants en réflexion.

1.3. Holographie incohérente à double exposition - Soustraction de luminances

Malgré le fait qu'en holographie incohérente l'information sur la phase relative de l'objet soit perdue,il existe des méthodes de double exposition qui permettent d'effectuer quand même des opérations comme en optique cohérente (chapitre 5).

Une de ces méthodes est l'interférométrie à double exposition. Une deuxième méthode, voisine de la précédente, est la soustraction de luminances. Selon cette méthode, à double exposition également, on enregistre pendant la première pose l'hologramme incohérent d'un premier objet. Ensuite, la différence de chemin optique entre les deux voies du dédoubleur est changée d'une valeur $\lambda/2$, et on enregistre un deuxième objet différent. La différence de marche supplémentaire de $\lambda/2$ fait que tout le système d'interférences se décale d'une demi-période. Si on ne change pas les objets entre les deux poses, les deux systèmes d'interférences sont complémentaires et s'annulent : la modulation a disparu et il n'y a pas d'images restituées. En changeant d'objet entre les deux poses, on observe, à la restitution, la différence des répartitions spatiales de luminance des deux objets.

2 - ENREGISTREMENT ET RESTITUTION D'UN HOLOGRAMME INCOHERENT

2.1. Géométrie générale d'enregistrement

Dans l'introduction, il a été montré qu'il faut effectuer un dédoublement quelconque de l'objet à l'aide d'un système optique afin de pouvoir enregistrer un hologramme incohérent. MERTZ et YOUNG {1} ont été les premiers à évoquer cette possibilité. Les deux objets dédoublés possèdent une cohérence mutuelle bien particulière : à chaque point dans l'un des deux objets dédoublés, correspond un point de l'autre objet dédoublé de telle façon que le degré de cohérence entre les deux points homologues est égal à l'unité. En ce qui concerne la façon de dédoubler l'objet, il existe plusieurs méthodes {4,7,8,9}. En partant d'une transformation générale pour le dédoublement qui lie à chaque point objet un point transformé unique, on peut déduire chacune de ces méthodes comme un cas spécial de l'expression générale. On rappelle brièvement cette transformation générale et l'expression finale pour l'éclairement dans le plan hologramme qui en résulte.

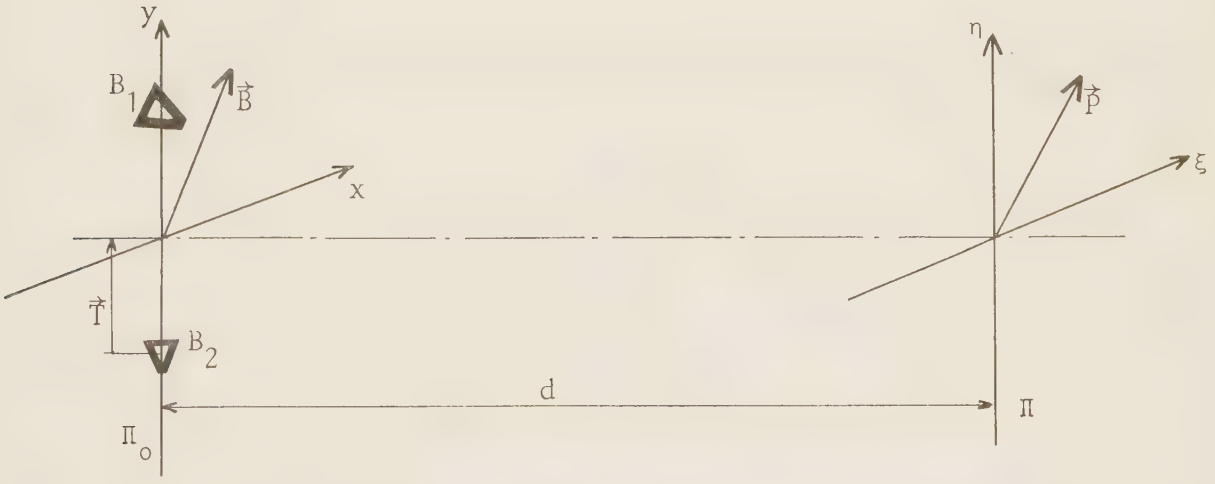


Figure 1 : Enregistrement d'un hologramme incohérent

Le plan Π_o contient les deux objets dédoublés. $\vec{T}$ est un vecteur de translation. Le plan de l'hologramme Π (vecteur P) se trouve à une distance d de Π_o.

On considère les deux points dédoublés B_1 et B_2. La transformation qui lie B_1 à B_2 est supposée être une homothétie m en combinaison avec une transformation linéaire orthogonale R et une translation T. Il est aisé d'utiliser la notation vectorielle pour les coordonnées dans les plans Π_o et Π :

$$\vec{B} = (x,y) \; ; \; \vec{P} = (\xi,\eta) \; .$$

La relation entre les vecteurs $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ est :

$$\vec{B}_1 = \vec{T} + \vec{M}_1$$

$$\vec{B}_2 = - \vec{T} + mR\vec{M}_1 \quad .$$

(R représente, sous forme matricielle, la transformation linéaire, $\vec{M}_1$ est le vecteur de position dans l'objet).

Pour calculer l'éclairement produit par B_1 et B_2 dans le plan Π, il faut connaître l'amplitude produite par chaque point B_1 et B_2 et la différence de marche $\Delta(\vec{P}) = B_1P - B_2P$. L'amplitude produite par B_1 dans le plan Π est :

$$dA(\vec{B}_1) = \frac{\sqrt{L(\vec{M}_1)\ dM_1}}{d_1}$$

où $L(\vec{M}_1)$ est la luminance au point B_1,
dM_1 est un élément de surface de l'objet,
$d_1 = B_1P$.

De la même façon, on trouve pour l'amplitude produite par B_2 dans le plan Π :

$$dA(\vec{B}_2) = \frac{\sqrt{L(\vec{M}_2)\ dM_2}}{d_2}$$

Dans le système optique dédoubleur, la luminance se conserve (à un facteur de perte près) et on peut alors poser :

$$L(\vec{M}_1) \equiv L(\vec{M}_2)$$

A cause du facteur d'homothétie m de la transformation, il existe la relation :

$$(dM_2) = m^2(dM_1)$$

Les amplitudes $dA(\vec{B}_1)$ et $dA(\vec{B}_2)$ produisent, en tenant compte de la différence de marche $\Delta(\vec{P})$, un éclairement $dE(\vec{P})$ dans le plan Π :

$$dE(\vec{P}) = |dA(\vec{B}_1)|^2 + |dA(\vec{B}_2)|^2 + 2dA(\vec{B}_1)\ dA(\vec{B}_2)\ \cos k\Delta$$

$$= \frac{1}{d^2}\left(L(\vec{M}_1) + m^2L(\vec{M}_1) + 2mL(\vec{M}_1)\ \cos k\Delta\right) dM_1 \qquad (2.1.1)$$

où l'on a supposé $d_1 \simeq d_2 \simeq d$ (approximation pour les petits angles).

En normalisant l'expression, et en faisant la somme pour toutes les valeurs de $\vec{M}_1$, on trouve l'expression finale :

$$E(\vec{P}) = \int L(\vec{M}_1)\, dM_1 + \frac{2m}{m^2 + 1} \int L(\vec{M}_1) \cos(k\Delta)\, dM_1 \qquad (2.1.2)$$

Il reste à expliciter la différence de marche Δ en fonction des coordonnées.

$$\Delta = |B_1P| - |B_2P| = \frac{|B_1P|^2 - |B_2P|^2}{2d} \qquad (|B_1P| + |B_2P| \simeq 2d)$$

$$|B_1P|^2 = |\vec{B}_1 - \vec{P}|^2 = |\vec{B}_1|^2 + |\vec{P}|^2 - 2\vec{B}_1.\vec{P}$$

$$|B_2P|^2 = |\vec{B}_2 - \vec{P}|^2 = |\vec{B}_2|^2 + |\vec{P}|^2 - 2\vec{B}_2.\vec{P}$$

En exprimant $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ en $\vec{M}_1$ (le vecteur de position dans l'objet), on obtient pour Δ :

$$\Delta = \frac{1}{2d}\left[(1 - m^2)\ |\vec{M}_1|^2 - 4\vec{P}.\vec{T} + 2\vec{M}_1.\left((mR^{-1} - U)\vec{P} + (mR^{-1} + U)\vec{T}\right)\right] \qquad (2.1.3)$$

(U représente la matrice unité, R^{-1} est la matrice inverse de R).

En portant (2.1.3.) dans l'expression (2.1.2), on obtient pour l'éclairement dans un point P :

$$E(\vec{P}) \simeq \int L(\vec{M}_1)\, dM_1 + \left(\frac{2m}{1+m^2}\right) \int L(\vec{M}_1) \cos\left[\frac{k}{2d}\left\{(1-m^2)\,|\vec{M}_1|^2 - 4\vec{P}.\vec{T} + 2\vec{M}_1.\left((mR^{-1}-U)\vec{P} + (mR^{-1}+U)\vec{T}\right)\right\}\right] dM_1 \qquad (2.1.4)$$

(l'intégration s'étend de $-\infty$ à $+\infty$ en supposant que la fonction $L(\vec{M}_1)$ soit zéro en dehors de l'objet).

Le premier terme de l'expression (2.1.4) est une constante. Le deuxième terme représente sous sa forme générale une transformée de Fresnel à cause du facteur quadratique en $\vec{M}_1$ dans le terme cosinus,

Dans le cas spécial m = 1, la phase du cosinus ne contient que des produits scalaires des coordonnées du plan objet Π_o et du plan "spectral" Π. Le deuxième terme de l'expression (2.1.4) représente maintenant une transformée de Fourier.

Avant d'expliciter la fonction transformée, il est intéressant de considérer l'influence du facteur d'homothétie m. L'éclairement $E(\vec{P})$ se compose de deux termes : une constante C_1 et une fonction des coordonnées de $\vec{P}$, qui atteint comme maximum la valeur C_2 quand l'argument du cosinus est égal à 0 pour $\vec{P} = \vec{P}_o$.

Le contraste C des interférences autour de ce maximum est :

$$C(m) = \frac{2m}{1 + m^2} \qquad (2.1.5)$$

C(m) atteint un maximum pour m = 1.

On en déduit que, parmi les méthodes de dédoublement, celle qui ne change pas la taille des objets donne des hologrammes incohérents à modulation maximale. En restituant un hologramme, l'amplitude diffractée dans les images est proportionnelle à la modulation des franges. Etant donné que le bruit optique est peu lié à la modulation, on obtient le meilleur rapport signal sur bruit pour les méthodes de dédoublement avec un facteur d'homothétie m = 1, c'est-à-dire pour les hologrammes du type de Fourier.

2.2. Propriétés de la transformée de Fourier de la distribution de luminance sur l'objet

La fonction $L(\vec{M}_1)$ transformée (équation 2.1.4) peut être séparée en deux termes en écrivant le cosinus comme la somme de deux fonctions exponentielles qui sont complexes conjuguées.Une des deux s'écrit comme suit :

$$E_1(\vec{P}) \simeq \frac{1}{2} \int L(\vec{M}_1) \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda d}\left\{-2\vec{P}.\vec{T} + \vec{M}_1.\{(R^{-1}-U)\vec{P} + (R^{-1}+U)\vec{T}\}\right\}\right] dM_1 \quad (2.2.1)$$

(La substitution m = 1 a été faite).

L'expression (2.2.1) s'écrit sous une forme plus simple :

$$E_1(\vec{P}) \simeq \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{4\pi i \vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right] \int L(\vec{M}_1) \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda d} \vec{M}_1.\left\{(R^{-1}-U)\vec{P} + (R^{-1}+U)\vec{T}\right\}\right] dM_1 \quad (2.2.2)$$

Le terme exponentiel hors de la somme, $\exp\left[-\frac{4\pi i \vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right]$, représente la fréquence spatiale moyenne de l'hologramme : "la porteuse". Elle ne dépend que de la séparation angulaire $\frac{2|\vec{T}|}{d}$ des deux objets dédoublés. La somme elle-même est la transformée de Fourier de la fonction $L(\vec{M}_1)$ dans l'espace des vecteurs $(\vec{\Omega})$ dont les coordonnées réduites ont la dimension

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{\lambda d}\left\{(R^{-1} - U)\vec{P} + (R^{-1} + U)\vec{T}\right\} \quad (2.2.3)$$

A la valeur $\vec{\Omega} = 0$ correspond l'origine de la transformée de Fourier dans le plan spectral Π. Le vecteur $\vec{P}_o$, qui indique cette origine, se déduit de l'équation vectorielle :

$$(R^{-1} - U)\vec{P}_o + (R^{-1} + U)\vec{T} = 0 \quad (2.2.4)$$

La transformation plane et orthogonale R s'écrit comme une matrice de rotation θ :

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \qquad (2.2.5)$$

Les composantes du vecteur $\vec{T}$ sont :

$$\vec{T} = \ell \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \qquad (2.2.6)$$

La matrice $(R^{-1} - U)$ s'écrit :

$$(R^{-1} - U) = -\begin{pmatrix} 1-\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & 1-\cos\theta \end{pmatrix} = -2\sin\frac{\theta}{2}\begin{pmatrix} \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \\ -\cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

$$= -2\sin\frac{\theta}{2} \cdot R'$$

où $$R' = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}) & \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}) \\ -\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}) & \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}) \end{pmatrix} \qquad (2.2.7)$$

est une matrice de rotation d'angle $\phi = (\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})$.

La substitution de ces valeurs dans (2.2.3) fournit l'expression :

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{\lambda d}\left\{-2\sin\frac{\theta}{2}\,(R'\vec{P}) + 2\cos\frac{\theta}{2}\,R_{(-\frac{\theta}{2})}\vec{T}\right\}$$

$(R^{-1} + U)$ peut s'écrire comme $2\cos\frac{\theta}{2}\,R_{(-\frac{\theta}{2})}$ où $R_{(-\frac{\theta}{2})}$ est la matrice de rotation de $(-\frac{\theta}{2})$ radians.

En mettant $R'\vec{P} = \vec{P}'$, et en négligeant le terme constant en $\vec{T}$, on voit que l'intégrale (2.2.2) représente une transformation de Fourier dans l'espace des vecteurs $\vec{\Omega}'$, tels que :

$$\vec{\Omega}' = -\frac{2\sin(\frac{\theta}{2})\vec{P}'}{\lambda d} \qquad (2.2.8)$$

($\vec{P}'$ a subi une rotation de $(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})$ radians par rapport à $\vec{P}$).

Le vecteur $\vec{P}_o$, qui détermine l'origine de la fonction transformée, devient, en utilisant l'expression (2.2.4) :

$$\vec{P}_o = \ell \frac{\cos(\frac{\theta}{2})}{\sin(\frac{\theta}{2})} \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix} \qquad (2.2.9)$$

L'expression (2.2.2) s'écrit finalement, en faisant abstraction du terme "porteuse" :

$$E_1(\vec{P}') \simeq \frac{1}{2} \int L(\vec{M}_1) \exp\left[-\frac{2\pi i}{\lambda d}\{\vec{M}_1 . \beta(\vec{P}'-\vec{P}_o)\}\right] dM_1 = \frac{1}{2} \tilde{L}\left\{\frac{\beta(\vec{P}'-\vec{P}_o)}{\lambda d}\right\} \qquad (2.2.10)$$

où $\beta = 2 \sin\frac{\theta}{2}$, et le tilde indique la fonction transformée.

L'éclairement total $E(\vec{P}')$ prend la forme (équation 2.1.4) :

$$E(\vec{P}') = \tilde{L}(0) + \frac{1}{2}\exp\left\{\frac{4\pi i}{\lambda d}\vec{T}.\vec{P}\right\}\tilde{L}\left\{\frac{-\beta(\vec{P}'-\vec{P}_o)}{\lambda d}\right\} + \frac{1}{2}\exp\left\{\frac{-4\pi i}{\lambda d}\vec{T}.\vec{P}\right\}\tilde{L}\left\{\frac{\beta(\vec{P}'-\vec{P}_o)}{\lambda d}\right\} \qquad (2.2.11)$$

Dans le cas spécial où la fonction transformée $\tilde{L}$ est symétrique par rapport à l'origine : $\tilde{L}(f) = \tilde{L}(-f)$, (2.2.11) se simplifie à :

$$E(\vec{P}') = \tilde{L}(0) + \tilde{L}\left\{\frac{-\beta(\vec{P}'-\vec{P}_o)}{\lambda d}\right\} \cos\left[\frac{4\pi\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right] \qquad (2.2.12)$$

Cette expression met bien en évidence le fait que l'on enregistre un terme continu plus une fonction variable, modulée par une porteuse à haute fréquence spatiale. Le contraste C des franges est :

$$C = \frac{\tilde{L}\left\{\frac{-\beta(\vec{P}'-\vec{P}_o)}{\lambda d}\right\}}{\tilde{L}(0)} \qquad (2.2.13)$$

C atteint la valeur 1 à l'origine de la fonction $\tilde{L}$ pour $\vec{P}' = \vec{P}_o$.

La figure 2 montre une micro-photo d'un hologramme. La fréquence porteuse moyenne est d'environ 280 mm^{-1}.

La figure 3 montre le microdensitogramme d'un hologramme d'amplitude.

2.3. Restitution de l'hologramme incohérent

Pour restituer l'objet, il suffit d'effectuer une transformation de Fourier de l'hologramme dont la transmittance en amplitude est proportionnelle à l'éclairement reçu pendant l'enregistrement. L'opération consiste à éclairer l'hologramme par un faisceau convergent et à observer l'éclairement dans le plan de focalisation. La figure 3 a) montre le montage pour effectuer une transformation de Fourier du plan H au plan Π_1.

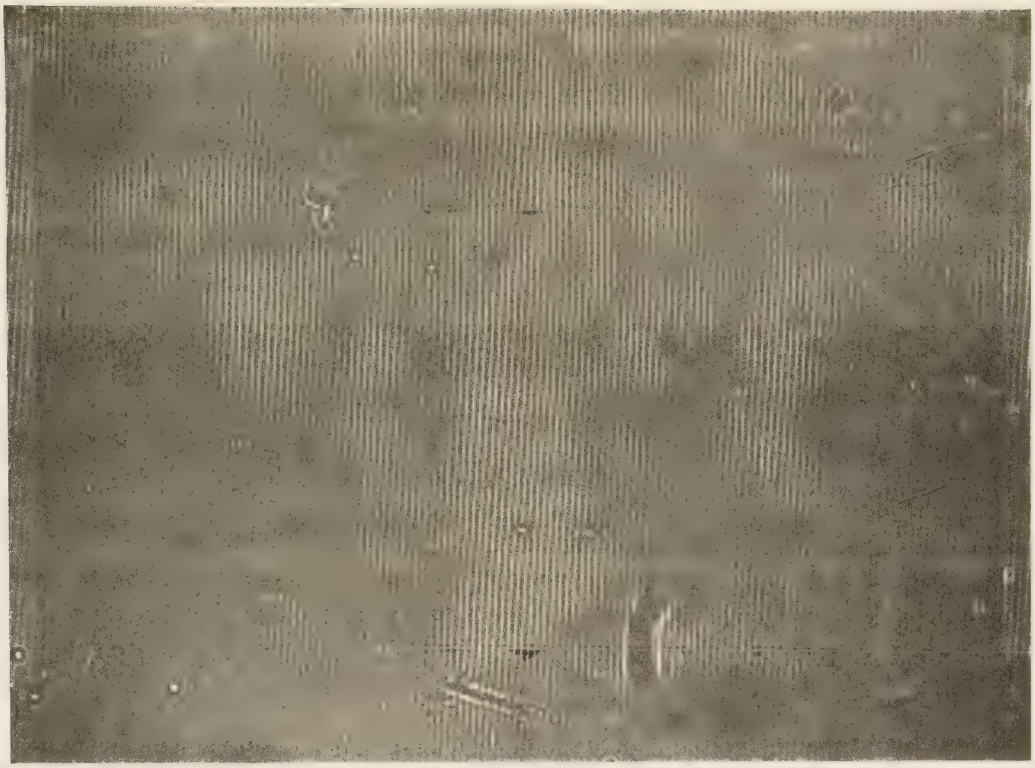


fig.2 Microphotographie d'un hologramme

20µm

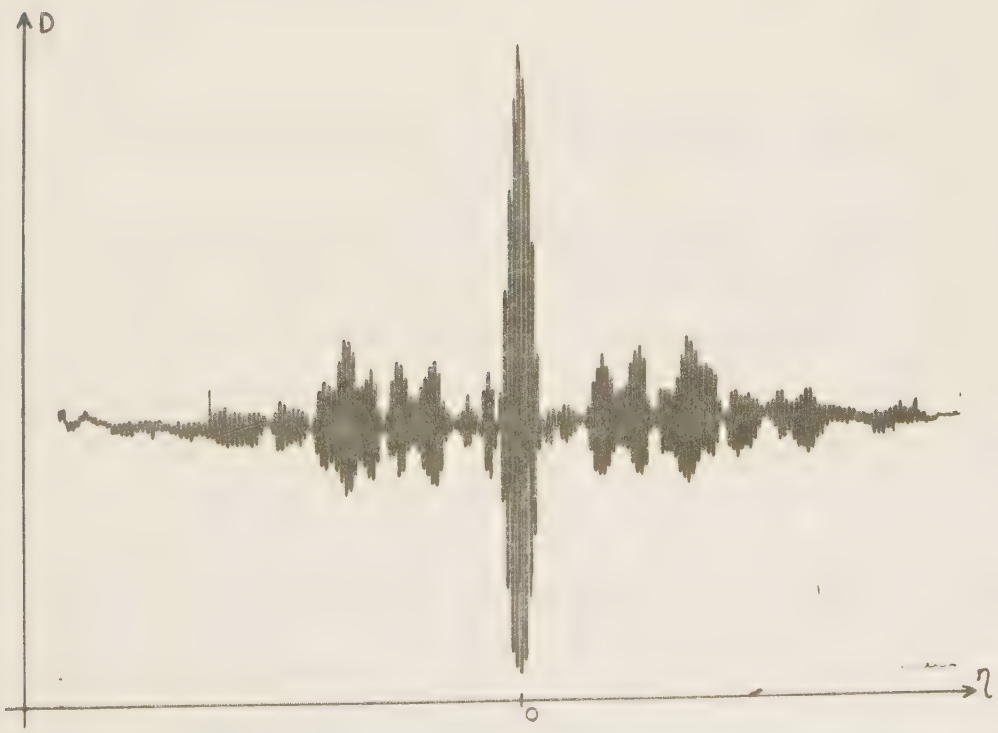


fig.3 Microdensitogramme d'un hologramme

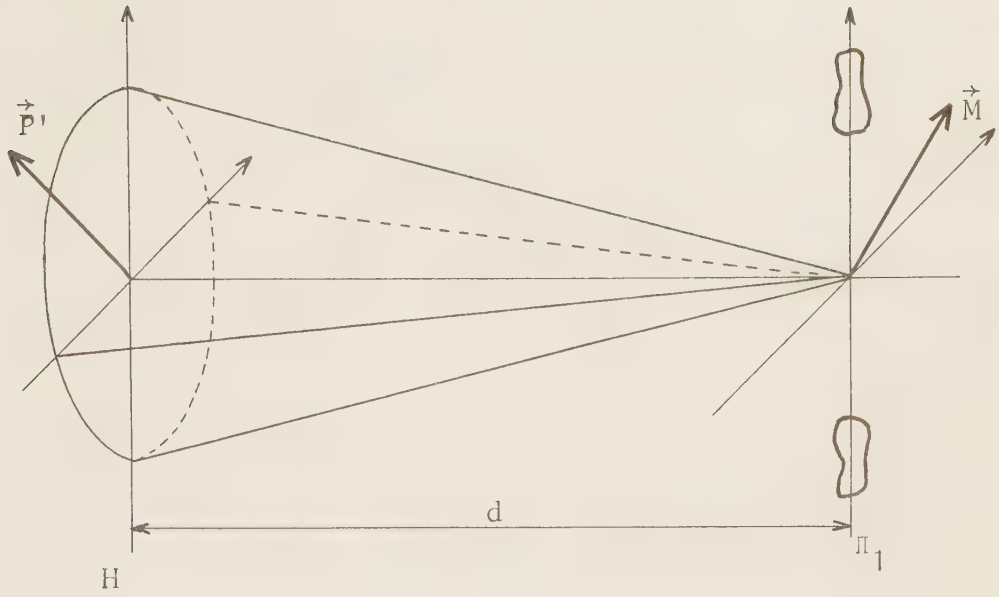


Figure 3 a) : Restitution de l'hologramme de Fourier

La transmittance en amplitude de l'hologramme placé dans le plan H est (éq. 2.2.11) :

$$t(\vec{P}') = C_1 + C_2\left\{\exp\left(\frac{4\pi i}{\lambda d}\vec{T}.\vec{P}\right)\tilde{I}\left\{\frac{-\beta\vec{P}'}{\lambda d}\right\} + \exp\left(\frac{-4\pi i}{\lambda d}\vec{T}.\vec{P}\right)\tilde{L}\left\{\frac{\beta\vec{P}'}{\lambda d}\right\}\right\} \qquad (2.3.1)$$

C_1 et C_2 dépendent du processus photographique. Le facteur $\vec{P}_o$ peut être supprimé si on fait coïncider le centre de l'hologramme avec l'axe de l'onde de restitution. L'amplitude dans le plan Π_1 s'écrit maintenant :

$$A(\vec{M}) \simeq C_1\,\delta(\vec{M}) + \frac{C_2}{\beta^2}\left[L\left\{\frac{1}{\beta}(\vec{M} - 2\vec{T}')\right\} + L\left\{-\frac{1}{\beta}(\vec{M} + 2\vec{T}')\right\}\right] \qquad (2.3.2)$$

avec $\vec{T}' = R'\vec{T}$.

Si les images ne se recouvrent pas, l'intensité lumineuse d'une image est proportionnelle à :

$$E_1(\vec{M}) \simeq \frac{1}{\beta^4} L^2\left\{\frac{1}{\beta}(\vec{M} - 2\vec{T}')\right\} \qquad 2.3.3)$$

2.4. Différents montages d'enregistrement

2.4.1. Méthode à symétrie ponctuelle

Les premières expériences d'holographie incohérente par STROKE et al [3] ont été effectuées avec le montage de la figure 4.

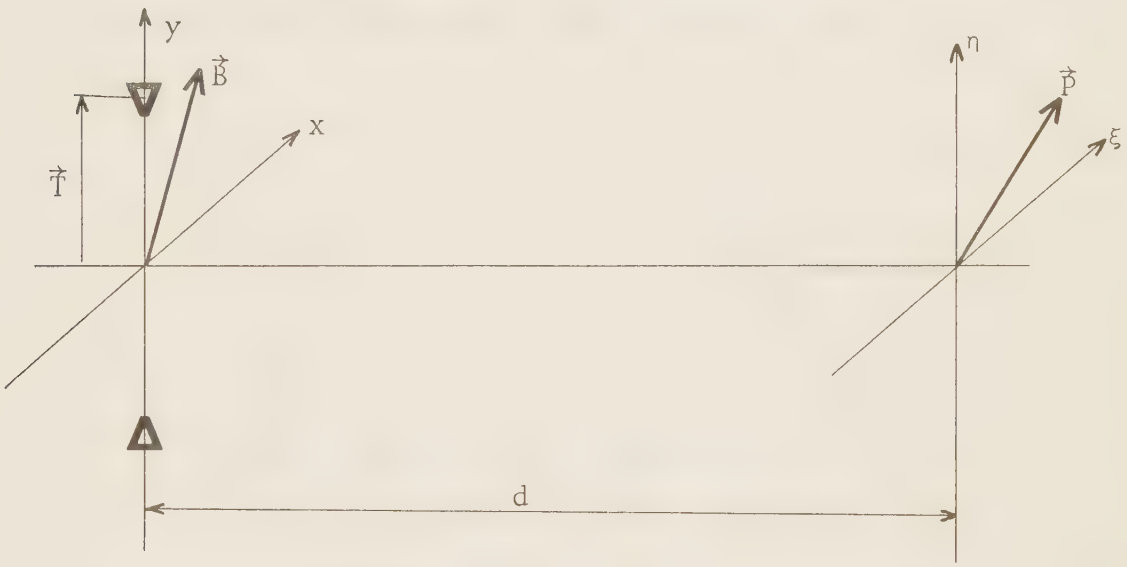


Figure 4

Les images dédoublées sont identiques et symétriques par rapport à l'axe optique. C'est l'équivalent d'une rotation de π radians. Il ressort de l'équation (2.2.11) que la fonction $\tilde{L}$ transformée a été comprimée d'un facteur 2. Le centre de $\tilde{L}$ est localisé sur l'axe optique.

$$\vec{P}_o = \vec{O}$$

Les images restituées se mettent sous la forme (éq. 2.3.3) :

$$E_1(\vec{M}) \simeq \frac{1}{16} L^2 \left[(\vec{M} - 2\vec{T}')/2 \right] \qquad (2.4.1)$$

Les résultats obtenus avec cette méthode sont très médiocres, ce qui est dû au fait que la taille de la fonction transformée est très petite en général et mal adaptée aux dimensions du récepteur photographique. Suivant (2.2.13), le contraste C des franges de l'hologramme est maximal au centre de la fonction transformée. Pour les fonctions objets courantes, C décroît en s'éloignant du centre. L'hologramme comprend donc peu de franges bien contrastées et son efficacité de diffraction est faible à la restitution. Le bruit optique étant indépendant de la modulation, le rapport signal sur bruit est mauvais pour cette méthode.

2.4.2. Méthode à grandissement variable

Une méthode à homothétie $m \neq 1$ (figure 5) a été utilisée initialement par COCHRAN{4} et ensuite par LOHMANN{7} pour montrer l'effet de grandissement variable (effet "zoom") des images restituées. Leur système dédoubleur se compose d'un interféromètre et d'un système afocal (grandissement m') incorporé. Dans une direction de propagation, le grandissement est m', dans l'autre 1/m'. Le facteur d'homothétie m des objets dédoublés devient :

$$m = (m')^2.$$

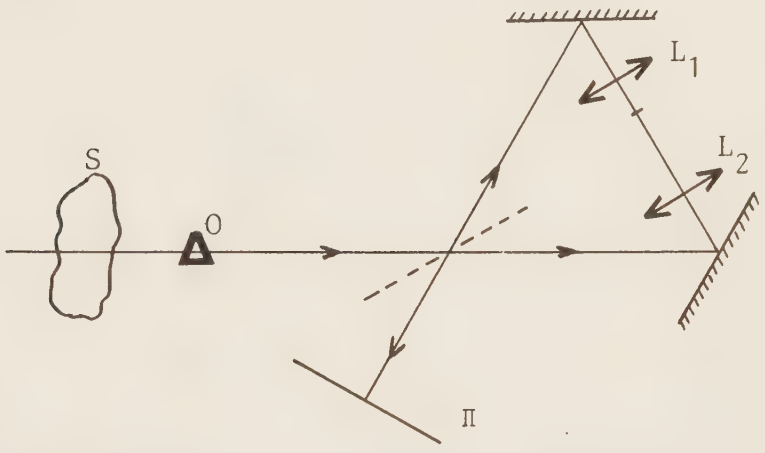


Figure 5 : Interféromètre de Sagnac utilisé pour l'enregistrement d'un hologramme incohérent.

On montre qu'en enregistrant une transformée de Fresnel avec cette méthode (éq. 2.1.4), il apparaît un facteur d'échelle β' dans la fonction objet transformée, donnée par :

$$\beta' = (1 - m)$$

En jouant sur la valeur de β', on peut dilater la fonction transformée, l'adapter aux dimensions du récepteur et obtenir un hologramme avec beaucoup de franges bien contrastées. Ceci améliore beaucoup le rapport signal sur bruit à la restitution. On a vu que dans le cas d'un hologramme de Fresnel, le contraste maximal des franges ne peut pas dépasser la valeur $2m/(1 + m^2)$. Heureusement, les petites valeurs de β' sont les plus intéressantes et ceci correspond à des valeurs de m, qui sont voisines de 1. Le contraste des franges est donc peu affecté.

2.4.3. La méthode de rotation

La méthode qui a été adoptée pour nos expériences est la méthode à rotation variable[8]. La figure 6 montre le montage. Le système dédoubleur est un interféromètre de Michelson, équipé de prismes en toit, inclinés l'un par rapport à l'autre pour produire la rotation voulue. Le facteur d'homothétie m est égal à 1. Le facteur de dilatation du spectre enregistré est (éq. 2.2.12) :

$$\beta = 2 \sin \frac{\theta}{2}$$

θ peut varier entre π et 0 radians ; β varie donc entre 2 et 0.
Le centre du spectre est localisé à $\vec{P}_o$ (éq. 2.2.9) :

$$\vec{P}_o = \ell \frac{\cos(\frac{\theta}{2})}{\sin(\frac{\theta}{2})} \begin{pmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Le contraste des franges au centre est (éq.2.1.5) :

$$C = 1.$$

Pour les petites valeurs de β (les plus intéressantes), le point P_o s'éloigne de plus en plus de l'axe optique du système dédoubleur. Cet effet pose des problèmes pratiques, puisque l'acceptance du système optique est limitée. La figure 6 montre qu'on a ajouté une lentille après le système dédoubleur. Dans le plan focal de cette lentille, le centre de la fonction transformée se retrouve sur l'axe optique.

L'avantage de la méthode de rotation et de la méthode à grandissement réside dans le fait qu'on peut dilater à son gré la taille du spectre enregistré, sans que l'éclairement moyen sur l'hologramme, donné par le terme $\tilde{L}(0)$, soit affecté. Les temps de pose ne changent pas en conséquence. Par contre, une dilatation du spectre d'un facteur $1/\beta$ à l'aide d'un système optique fait baisser l'éclairement moyen d'un facteur $1/\beta^2$ et multiplie les temps de pose du même montant.

Les deux méthodes affectent la résolution dans les images restituées. Le rapport entre le gain en rapport signal sur bruit et la diminution de la résolution est traité dans le chapitre suivant.

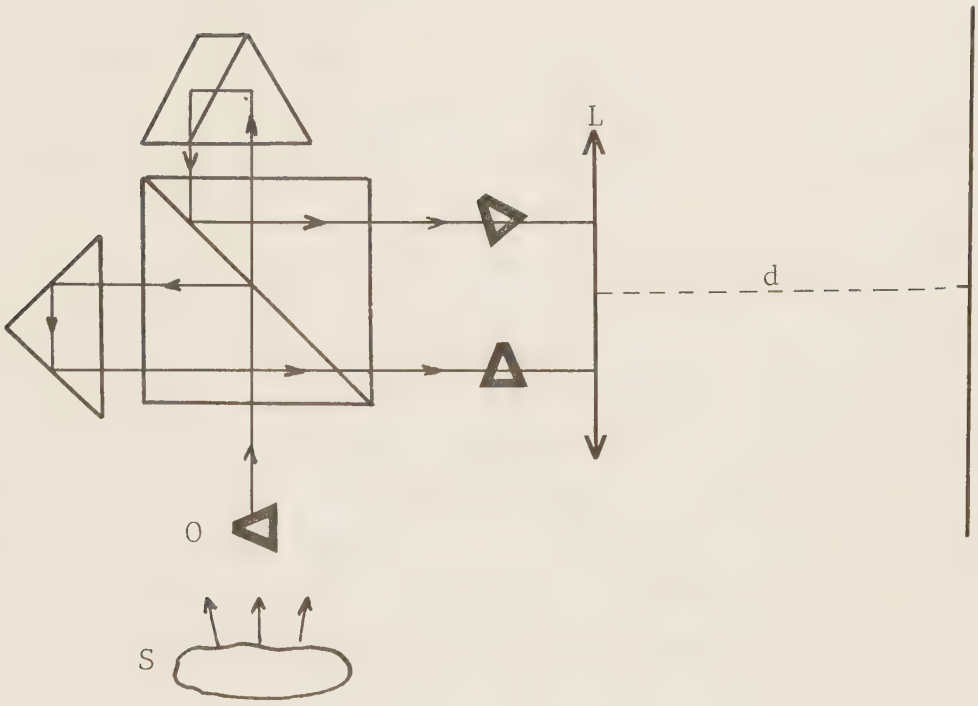


Figure 6 : Enregistrement d'un hologramme incohérent à l'aide d'un interféromètre de Michelson modifié.

L'objet O est éclairé par la source S. L'interféromètre fournit deux objets dédoublés, l'un déduit de l'autre par une rotation d'angle θ. La lentille L a une distance focale d.

3 - INFLUENCE DU BRUIT PHOTOGRAPHIQUE SUR LA QUALITE DES IMAGES

Dans l'introduction, on a déjà montré qu'en holographie incohérente, il n'apparaît pas de bruit dû à la diffusion par l'objet au stade de l'enregistrement. L'éclairement des images restituées est proportionnel à la luminance au carré de l'objet (éq. 2.3.3). Il en résulte que les variations de phase aléatoires, introduites par l'objet et le système optique (bruit de diffusion), ne perturbent pas les images restituées. La restitution, par contre, s'effectue en lumière cohérente, et chaque élément du système optique de restitution peut contribuer au bruit de diffusion.

Dans la pratique, le récepteur photographique sur lequel l'hologramme a été enregistré est la source la plus importante de bruit ; sous cet aspect, la contribution au bruit par les composants optiques aux surfaces polies peut souvent être négligée devant la contribution par les récepteurs photographiques courants.

Plusieurs auteurs ont fait des études sur la structure des récepteurs photographiques. Les résultats ont été appliqués au calcul du rapport signal sur bruit dans les images restituées pour les hologrammes cohérents d'objets diffusants {10} {11} {12}. Le cas de l'holographie incohérente est différent puisque le spectre enregistré n'est pas affecté par le phénomène de la granularité laser.

On calcule d'abord le rapport signal sur bruit en holographie de Fourier cohérente pour un objet non diffusant (le spectre enregistré n'est pas affecté par la granularité en l'absence de diffusion). Les résultats obtenus s'appliquent tout de suite à l'holographie incohérente {13}, et on verra apparaître l'influence du facteur d'échelle β qui dépend de la méthode d'enregistrement utilisée.

3.1. Définitions et hypothèses

L'éclairement dans une image restituée, obtenue à partir d'une émulsion parfaite, non granuleuse, est :

$$E = E_S(\vec{M}) \qquad \text{(éclairement "signal")}$$

Pour une émulsion réelle, la granularité de la plaque photographique produit un bruit qui interfère avec le signal, parce que le signal et le bruit sont cohérents. L'éclairement total devient :

$$E(\vec{M}) = |A_S(\vec{M}) + A_B(\vec{M})|^2$$

A_S et A_B sont les amplitudes du signal et du bruit au point $\vec{M}$.

Cet éclairement varie en fonction de $\vec{M}$, et on peut en déduire l'écart quadratique $\sigma(\vec{M})$, qui varie également en fonction des coordonnées $\vec{M}$. Selon les conventions habituelles, le rapport signal sur bruit local est donné par :

$$R(\vec{M}) = \frac{E_s(\vec{M})}{\sigma(\vec{M})} \text{ , le rapport vrai.} \qquad (3.1.1)$$

Une autre définition usuelle du rapport signal sur bruit en éclairage incohérent est :

$$\rho = \frac{E_s(\vec{M})}{\langle E_B(\vec{M})\rangle} \qquad (3.1.2)$$

La définition (3.1.2) ($\langle E_B(\vec{M})\rangle$ est l'éclairement moyen, dû au bruit seul) s'applique seulement dans le cas où le signal et le bruit sont incohérents, ce qui n'est pas le cas pour le bruit optique. Par contre, la dernière définition est pratique parce qu'elle est facilement accessible aux mesures. GOODMAN {10} a établi une relation entre R et ρ en faisant les hypothèses suivantes sur la nature du bruit :

a) le bruit est gaussien ; si $a_B = x + iy$ est l'amplitude complexe du bruit, on suppose que x et y sont distribués d'une façon gaussienne avec moyenne zéro et avec la même variance.

b) La largeur de la fonction d'autocorrélation des fluctuations du bruit est faible devant les dimensions de l'hologramme.

Avec ces hypothèses, la relation recherchée devient :

$$R = \frac{\rho}{\sqrt{1+2\rho}} \qquad (3.1.3)$$

Pour les valeurs intéressantes de ρ(ρ élevé), (3.1.3) se simplifie à $R = \sqrt{\rho/2}$.

3.2. Le rapport signal sur bruit pour un hologramme de Fourier cohérent

Pour calculer le rapport signal bruit ρ, il faut trouver les expressions pour l'éclairement E_s en l'absence de bruit et pour l'éclairement moyen du bruit seul $\langle E_B\rangle$. Le montage d'enregistrement est schématisé dans la figure 7.

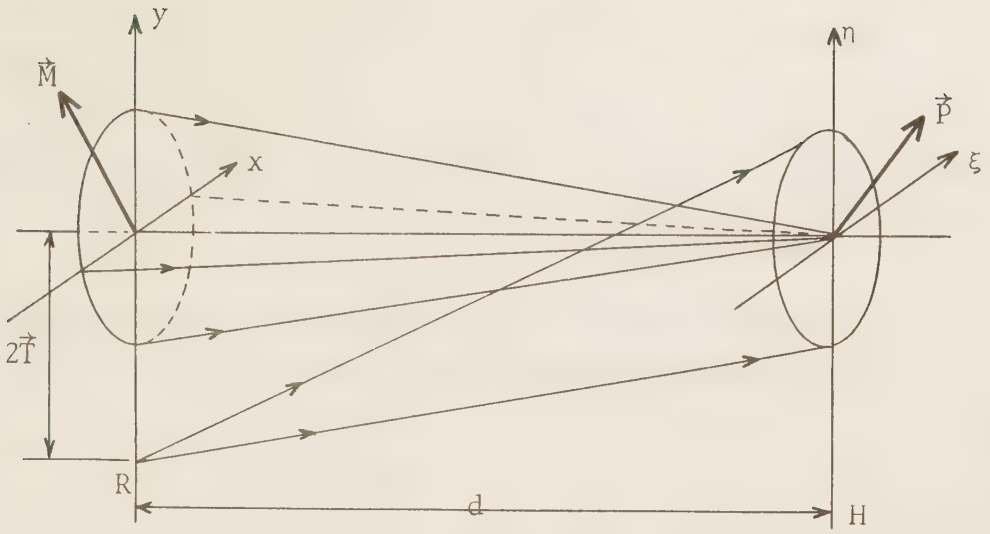


Figure 7 : Enregistrement d'un hologramme de Fourier cohérent. $f(\vec{M})$ est la transmittance de l'objet. La porteuse, issue du point $R(-2\vec{T})$ est inclinée d'un angle θ sur l'axe ($tg\theta = |2\vec{T}|/d$)

3.2.1. L'éclairement image en l'absence de bruit

L'éclairement total sur l'hologramme dans le plan H est égal à :

$$E(\vec{P}) = \left| a_s \tilde{f}\left\{\frac{\vec{P}}{\lambda d}\right\} + a_r e^{i\phi_r(\vec{P})} \right|^2$$

$$= |a_r|^2 + |a_s|^2 \left|\tilde{f}\left\{\frac{\vec{P}}{\lambda d}\right\}\right|^2 + a_s a_r^* \tilde{f}\left\{\frac{\vec{P}}{\lambda d}\right\} e^{-i\phi_r(\vec{P})} + a_s^* a_r \tilde{f}^*\left\{\frac{\vec{P}}{\lambda d}\right\} e^{i\phi_r(\vec{P})} \qquad (3.2.1)$$

a_s = amplitude de l'onde provenant de l'objet

a_r = amplitude de l'onde de référence

$\phi_r(\vec{P})$ = phase de l'onde de référence dans le plan H

$\tilde{f}\left\{\frac{\vec{P}}{\lambda d}\right\}$ = transformée de Fourier de la transmittance en amplitude $f(\vec{M})$

Selon les conventions habituelles, on appelle μ^2 le rapport des éclairements produits par l'onde objet et par l'onde de référence au centre de l'hologramme ($\vec{P}=0$).

$$\mu^2 = \frac{a_s^2 |\tilde{f}(0)|^2 E_s}{a_r^2 E_r} \quad ; \quad (E_s = a_s^2 |\tilde{f}(0)|^2)$$

A l'aide de l'expression précédente, nous pouvons normaliser l'expression pour $E(\vec{P})$:

$$E(\vec{P})=E_r+\mu^2 E_r\left|\frac{\tilde{f}(\frac{\vec{P}}{\lambda d})}{\tilde{f}(0)}\right|^2 + \mu E_r \frac{\tilde{f}(\vec{P}/\lambda d)}{\tilde{f}(0)} e^{-i\phi_r(\vec{P})} + \mu E_r \frac{\tilde{f}^*(\vec{P}/\lambda d)}{\tilde{f}^*(0)} e^{i\phi_r(\vec{P})} \quad (3.2.2)$$

La courbe qui lie la transmittance du récepteur photosensible à l'éclairement reçu nous donne la transmittance de l'hologramme :

$$t = t_c + \chi(E_H - E_r) \quad (3.2.3)$$

χ est la pente de la courbe (t,E) au point de fonctionnement (t_c,E_r). La transmittance t_1 d'une bande latérale, qui va restituer une des images, est alors :

$$t_1 = \eta\mu \frac{\tilde{f}(\frac{\vec{P}}{\lambda d})}{\tilde{f}(0)} \quad (3.2.4)$$

avec $\eta = \chi E_r$, et en négligeant le terme de phase $\exp[-i\phi_r(\vec{P})]$, qui ne décrit que la position de l'image restituée.

A la restitution, une deuxième transformation de Fourier fournit l'amplitude dans l'image. L'éclairement devient alors :

$$E_s = \left|-\frac{i}{\lambda d}\int t_1(\vec{P})\exp\left[-\frac{2\pi i}{\lambda d}\vec{M}.\vec{P}\right]dP\right|^2 \quad (3.2.5)$$

La sommation ne s'étend théoriquement que sur toute la surface de l'hologramme S_H. On s'intéresse ici à la valeur de l'éclairement dans l'image, afin de calculer le rapport signal sur bruit. Dans ce cas, on peut étendre les limites de l'intégrale de (3.2.5) jusqu'à l'infini. Pour une fonction objet réelle et positive, la modulation devient faible au delà d'une certaine surface d'hologramme S_H'; la contribution énergétique supplémentaire par le reste de la surface est négligeable, elle n'influe que sur la résolution dans l'image.

La valeur de la transformée $\tilde{f}(0)$ est donnée par :

$$\tilde{f}(0) = \int f(\vec{M})\, dM = S_o' \quad (3.2.6)$$

Parce que nous avons supposé que la transmittance $f(\vec{M})$ est réelle et non diffusante, $\tilde{f}(0)$ représente la surface totale de la transmittance $f(\vec{M})$ multipliée par sa transmittance moyenne (à un facteur de phase près) :

$$S'_o = < f(\vec{M}) > S_o \qquad (3.2.7)$$

En développant l'expression (3.2.5) à l'aide de (3.2.6), on trouve pour l'éclairement signal :

$$E_s = \frac{(\lambda d)^2 \mu^2 \eta^2 f(\vec{M}) f^*(\vec{M})}{(S'_o)^2} \qquad (3.2.8)$$

3.2.2. L'éclairement moyen dû au bruit

Pour calculer le rapport signal sur bruit (éq. 3.1.3), il faut maintenant expliciter l'éclairement moyen dû au bruit. Le bruit est dû aux fluctuations aléatoires de la transmittance en amplitude $t(\vec{P})$ (éq. 3.2.4), laquelle peut être séparée en deux parties :

$$t(\vec{P}) = < t(\vec{P}) > + \tau(\vec{P}) \qquad (3.2.9)$$

avec $<t(\vec{P})>$ = transmittance moyenne au sens des ensembles,

$\tau(\vec{P})$ = partie fluctuante de la transmittance, de valeur moyenne nulle.

Sous cette forme, le processus stochastique, défini par (3.2.9), n'est pas stationnaire, car la transmittance moyenne $< t(\vec{P}) >$ varie avec la position du point P sur l'hologramme. Par suite, les propriétés statistiques de la partie fluctuante $\tau(\vec{P})$ varient également avec P.

Une hypothèse raisonnable, justifiée par l'expérience, est de supposer que la contribution essentielle au bruit vient du terme t_c dans l'éq. (3.2.3), c'est-à-dire du terme qui définit la densité moyenne du cliché [14]. Pour le calcul du bruit, on peut alors remplacer l'éq. (3.2.9) par :

$$t(\vec{P}) = t_c + \tau(\vec{P}) \qquad (3.2.10)$$

L'amplitude locale de bruit dans l'image est alors donnée par la transformée de Fourier de $\tau(\vec{P})$:

$$a_B(\vec{M}) = \frac{-i}{\lambda d} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau(\vec{P}) \exp\left\{2\pi i \frac{\vec{M}.\vec{P}}{\lambda d}\right\} dP$$

On en déduit l'éclairement moyen dû au bruit [11] :

$$< E_B > = < a_B a_B^* > = \frac{S_H}{\lambda^2 d^2} \tilde{\Phi}_{\tau\tau} \left(\frac{\vec{M}}{\lambda d}\right) \qquad (3.2.11)$$

S_H est la surface de l'hologramme (domaine d'intégration).

$\tilde{\Phi}_{\tau\tau}\left(\frac{\vec{M}}{\lambda d}\right)$ est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $\Phi_{\tau\tau}(\vec{P})$ des fluctuations de transmittance τ de l'hologramme.

3.2.3. Le rapport signal sur bruit

A l'aide des résultats obtenus pour E_S et $< E_B >$, l'expression de ρ s'écrit maintenant :

$$\rho = \frac{E_S}{<E_B>} = \frac{(\lambda d)^4 \mu^2 n^2 |f(\vec{M})|^2}{\tilde{\Phi}_{\tau\tau} S_H(S'_o)^2} \qquad (3.2.12)$$

3.3. Le rapport signal sur bruit pour un hologramme incohérent

Le calcul du rapport signal sur bruit pour les hologrammes incohérents peut se faire maintenant en comparant les expressions pour l'éclairement dans le plan de l'hologramme dans le cas cohérent (éq. 3.2.3) et le cas incohérent (éq. 2.2.11, méthode de rotation).

L'équation (3.2.2) s'écrit après normalisation :

$$E_{coh}(\vec{P}) \simeq 1 + \mu^2 \left|\frac{\tilde{f}(\vec{P}/\lambda d)}{\tilde{f}(0)}\right|^2 + \mu \frac{\tilde{f}(\vec{P}/\lambda d)}{\tilde{f}(0)} \exp\{-i\phi_r(\vec{P})\} + \mu \frac{\tilde{f}^*(\vec{P}/\lambda d)}{\tilde{f}^*(0)} \exp\{+i\phi_r(\vec{P})\} \qquad (3.3.1)$$

L'équation (2.2.11) s'écrit sous sa forme la plus simple et après normalisation :

$$E_{incoh}(\vec{P}) \simeq 1 + \frac{1}{2} \frac{\tilde{L}(\beta\vec{P}/\lambda d)}{\tilde{L}(0)} \exp\{-i\phi(\vec{P})\} + \frac{1}{2} \frac{\tilde{L}(-\beta\vec{P}/\lambda d)}{\tilde{L}(0)} \exp\{+ i\phi(\vec{P})\} \qquad (3.3.2)$$

$\phi(\vec{P})$ est un facteur de phase, linéaire en $\vec{P}$.

Afin de pouvoir comparer les deux cas sous une forme identique, on peut utiliser l'identité :

$$\tilde{L}(-\vec{P}) = \tilde{L}^*(\vec{P}) \qquad (3.3.3)$$

puisque la luminance L est, selon sa définition, une quantité réelle et positive.

La substitution de (3.3.2) fournit :

$$E_{incoh}(\vec{P}) \simeq 1 + \frac{1}{2} \frac{\tilde{L}(\beta\vec{P}/\lambda d)}{\tilde{L}(0)} \exp\{-i\phi(\vec{P})\} + \frac{1}{2} \frac{\tilde{L}^*\{\beta\vec{P}/\lambda d\}}{\tilde{L}^*(0)} \exp\{+i\phi(\vec{P})\} \qquad (3.3.4)$$

Les différences qu'on constate entre les expressions pour $E_{coh.}$ et $E_{incoh.}$ sont les suivantes :

a) la transmittance en amplitude de l'objet dans le cas cohérent est remplacée par la transmittance en "intensité", proportionnelle à la luminance, dans le cas incohérent.

b) le facteur quadratique (éq.3.3.1) a disparu dans l'expression pour l'hologramme incohérent. D'ailleurs, ce facteur a été négligé dans les calculs, ce qui est raisonnable à la condition que $\mu^2 << 1$

c) le facteur de modulation μ pour le cas cohérent prend la valeur fixe $\mu = 1/2$ pour un hologramme incohérent.

d) Dans l'expression (3.3.4) on trouve le facteur d'échelle β, qui est propre à la méthode de rotation. β détermine le facteur d'homothétie des images, restituées à partir d'un hologramme incohérent par rapport à celles d'un hologramme cohérent.

La substitution des valeurs, obtenues pour un hologramme incohérent, dans l'expression pour ρ (éq.3.2.12) donne :

$$\rho_{inc} = \frac{1}{4} \frac{(\lambda d)^4 \eta^2 L^2 (\vec{M}/\beta)}{\tilde{\Phi}_{\tau\tau} S_H \beta^4 (S'_O)^2}$$

La "surface lumineuse moyenne" (éq. 3.2.7) d'une image restituée par un hologramme incohérent est :

$$S'_I = \beta^2 S'_O .$$

On obtient finalement l'expression suivante pour ρ :

$$\rho_{inc} = \frac{1}{4} \frac{(\lambda d)^4 \eta^2 L^2 (\vec{M}/\beta)}{\tilde{\Phi}_{\tau\tau} S_H (S'_I)^2} \qquad (3.3.5)$$

La différence principale entre $\rho_{coh.}$ (éq.3.2.12) et $\rho_{incoh.}$ est l'apparition du facteur $(S'_I)^2$ dans l'expression pour $\rho_{inc.}$ au lieu de $(S'_O)^2$ dans l'expression pour ρ dans le cas cohérent. La surface lumineuse S'_I peut être variée en holographie incohérente en jouant sur l'angle de rotation θ entre les deux objets dédoublés lors de l'enregistrement. Le paramètre θ permet donc de faire varier le rapport signal sur bruit à la restitution : pour les petites valeurs de β, le gain en ρ devient très important. Par contre, il faut remarquer qu'en dilatant le spectre, la finesse de l'image restituée décroît pour une surface d'hologramme constante.

L'information sur les hautes fréquences spatiales de l'objet est localisée plus loin du centre de l'hologramme que l'information sur les basses fréquences spatiales. En agrandissant la taille du spectre de l'objet, les hautes fréquences de l'objet sont perdues progressivement à cause des dimensions finies du récepteur photographique. En général, un gain en rapport signal sur bruit est accompagné par une perte en résolution dans l'image.

3.4. Rapport entre la résolution et le rapport signal sur bruit

Si l'on considère la restitution d'un hologramme du point de vue transport d'informations, on peut appliquer le théorème qui établit le nombre maximal de degrés de liberté d'un système optique.

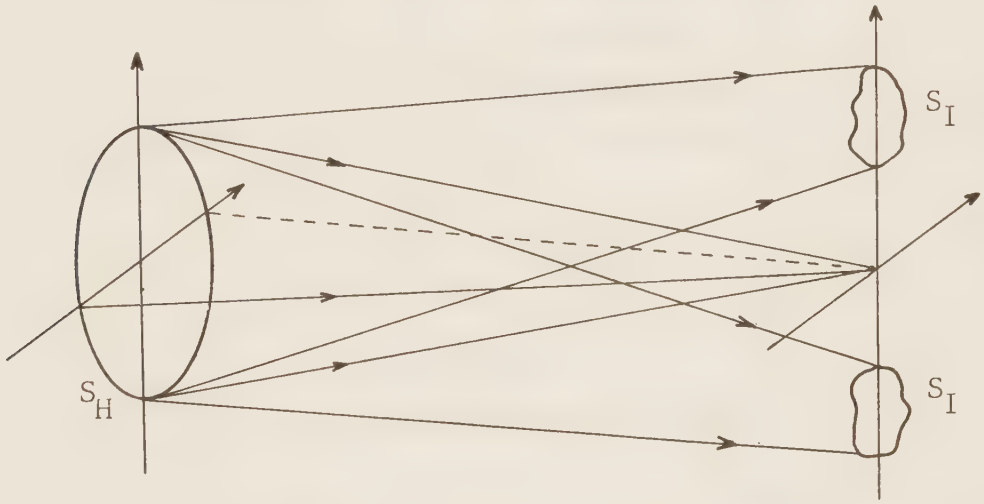


Figure 8 : L'hologramme comme système optique

La surface de la pupille de sortie dans le plan H (l'hologramme) est S_H, la surface image est S_I.

Selon ce théorème, le nombre d'informations indépendantes, que peut transporter un système optique, est donné par

$$N_{max} = \frac{2 \cdot S_H S_I}{\lambda^2 d^2} = 2\,\frac{G}{\lambda^2} \qquad (3.4.1)$$

(G est l'étendue du système ; le facteur 2 traduit les deux états de polarisation indépendants de la lumière).

La substitution de (3.4.1) dans l'expression pour $\rho_{inc.}$ donne (en lumière polarisée) :

$$\rho_{inc} = \frac{\alpha}{4}\,\frac{(\lambda d)^2 \eta^2 L^2 \left(\vec{M}/\beta\right)}{\tilde{\Phi}_{\tau\tau}\, N_m\, S'_I} \qquad (3.4.2)$$

($\alpha = \dfrac{S'_I}{S_I} = \dfrac{S'_O}{S_O}$ est la transmittance moyenne de l'objet).

Si les paramètres photographiques (η et $\tilde{\Phi}_{\tau\tau}$) et la géométrie de restitution sont fixes, on voit qu'il existe le rapport suivant entre ρ, N_m et S'_I :

$$\rho \, N_m \, S'_I = C^{te} \qquad (3.4.3)$$

Cette expression traduit le fait qu'en choisissant une certaine valeur pour le facteur β et pour S_H, on peut restituer une image avec un rapport signal sur bruit et une résolution voulue.

3.5. Influence de la fréquence porteuse sur le rapport signal sur bruit

Le facteur ρ, défini précédemment comme le rapport de l'éclairement dans l'image en l'absence de bruit et l'éclairement moyen, dû au bruit seul, est inversement proportionnel à la fonction $\tilde{\Phi}_{\tau\tau}(\frac{\hat{M}}{\lambda d})$. Cette fonction représente le spectre de puissance des fluctuations de la transmittance en amplitude de l'hologramme (fig. 9).

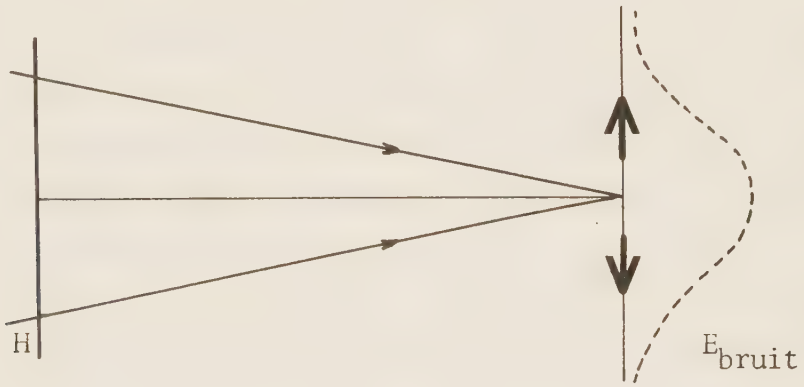


Figure 9 : Allure du spectre de puissance du bruit dans le plan de restitution (pointillé : éclairement dû au bruit).

Les images restituées sont représentées par des flèches.

En général, on suppose que la fonction d'autocorrélation $\Phi_{\tau\tau}(x,y)$ est très étroite. Le spectre de puissance $\tilde{\Phi}_{\tau\tau}$ est alors étalé sans être toutefois identique à un bruit blanc. Il présente un maximum à la fréquence spatiale zéro, c'est-à-dire au voisinage de l'ordre zéro et décroît de part et d'autre de ce zéro. La fréquence porteuse de l'hologramme détermine l'argument de la fonction $\tilde{\Phi}_{\tau\tau}$; $f_r = \frac{2|T|}{\lambda d}$ (éq. 2.2.2). Pour atteindre un rapport ρ intéressant, on a donc intérêt à enregistrer un hologramme avec une"porteuse" de fréquence élevée, vu le caractère décroissant de $\tilde{\Phi}_{\tau\tau}$.

Cependant, le modèle qu'on a utilisé est une simplification de la réalité ; d'une part on suppose, ce qui est raisonnable, que la transmittance moyenne est constante, et on néglige la modulation sur la plaque photographique, d'autre part, le traitement de la plaque photographique après exposition introduit des contraintes dans la gélatine, des migrations de grains, des variations locales d'épaisseur, etc. {15}{16} qu'on néglige également. Ces phénomènes se produisent à l'échelle macroscopique, alors que l'effet de la granularité se situe à l'échelle microscopique. Lors de la restitution, on voit se superposer au bruit dû à la granularité, un bruit supplémentaire dans les basses fréquences.

Pour faire varier la fréquence porteuse d'un hologramme à l'autre, il suffit de changer la distance latérale $2\vec{T}$ entre les deux objets dédoublés. A cet effet, on déplace, dans le dispositif d'enregistrement (fig. 6) un des prismes en toit par rapport à l'autre. Une série de 6 hologrammes a été faite d'un même objet, la fréquence porteuse moyenne variant entre 50 et 200 mm^{-1}. Cette dernière valeur est la limite supérieure imposée par l'ouverture de l'objectif, utilisé lors de l'enregistrement. Les paramètres autres que la fréquence porteuse, tels que densité moyenne, angle de rotation des images etc., ont été maintenus constants pour les différents hologrammes.

Les mesures du rapport signal sur bruit ρ montrent qu'il existe une amélioration progressive du rapport signal sur bruit au fur et à mesure que la fréquence porteuse augmente (fig. 9a). Le facteur ρ varie dans un rapport 10 lorsque la fréquence porteuse passe de 50 à 200 mm^{-1}. Ceci confirme bien la remarque faite plus haut sur la décroissance simultanée de la fonction $\tilde{\gamma}_{\tau\tau}$ et du bruit "macroscopique" en fonction des fréquences spatiales.

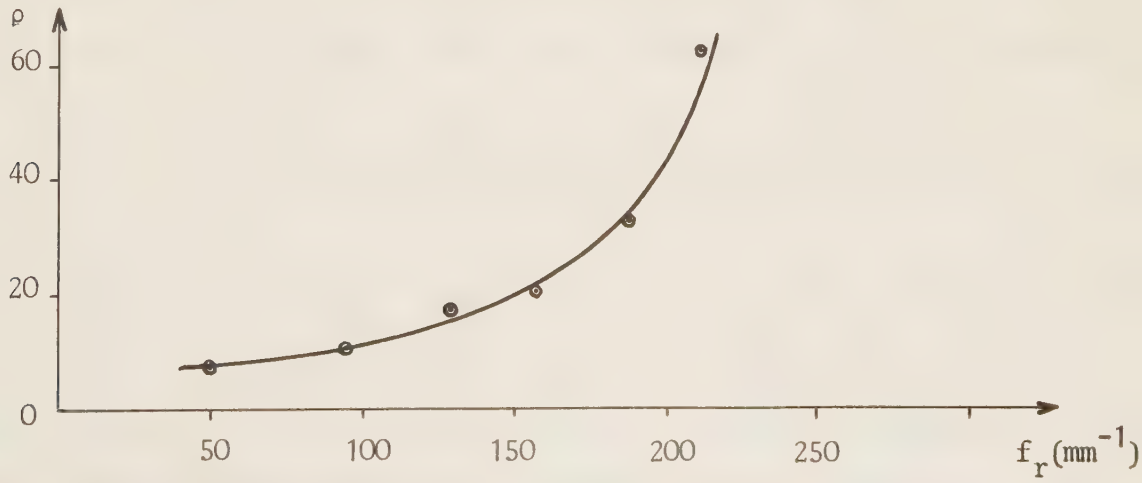


Figure 9a : Le rapport signal sur bruit ρ en fonction de la fréquence porteuse de l'hologramme

4 - INFLUENCE DE LA COHERENCE PARTIELLE DANS L'ECLAIRAGE DE L'OBJET

Jusqu'ici, on a supposé implicitement que l'éclairage de l'objet était parfaitement incohérent. Dans ce cas, il est permis de considérer l'étendue de chaque région cohérente dans l'objet comme étant infiniment petite (ponctuelle). L'éclairement total dans le plan de l'hologramme est simplement l'intégrale de l'éclairement, produit par chaque couple de points (éq. 2.1.2).

Dans la pratique, l'éclairage de l'objet initial peut se faire à une grande ouverture numérique et la région de cohérence est en conséquence très petite. Le système optique dédoubleur, par contre, est généralement beaucoup moins ouvert et la taille de la région de cohérence dans les objets dédoublés s'agrandit sensiblement. Le théorème de Zernike-van Cittert définit le degré de cohérence complexe dans les objets dédoublés à l'aide de la figure de diffraction donnée par une voie du système dédoubleur.

Pour calculer l'effet de la cohérence mutuelle sur la forme des images restituées, on procède en deux étapes. D'abord, l'éclairement dans le plan de l'hologramme est évalué en tenant compte de la cohérence spatiale et temporelle des objets dédoublés ; ensuite, sans s'occuper des détails du processus photographique d'enregistrement, on effectue en lumière partiellement cohérente la restitution de l'hologramme. WEINGÄRTNER et al.{20} et FUJIWARA et al.{21} ont considéré l'influence de la cohérence partielle pour les hologrammes du type Fresnel ou Fourier, enregistrés à l'aide d'une onde porteuse.

Après avoir calculé les effets combinés de la cohérence partielle au stade de l'enregistrement et pendant la restitution, on considère ensuite quelques cas précis qu'on peut rencontrer dans la pratique :

a) enregistrement d'un hologramme spatialement incohérent à l'aide d'une source polychromatique,
b) restitution d'un hologramme à l'aide d'une source polychromatique,
c) enregistrement d'un hologramme en lumière partiellement cohérente dans le domaine spatial.

Le dernier cas, surtout, a une importance particulière puisqu'il traduit le fait que dans un montage pratique la région de cohérence dans les objets dédoublés ne peut pas être ponctuelle à cause de la diffraction. Les calculs montrent que, dans un tel éclairage partiellement cohérent, les déphasages introduits par l'objet font apparaître des variations dans l'éclairement des images restituées. Si l'objet présente un bruit de phase, la cohérence partielle est à l'origine d'une apparition de granularité dans les images restituées.

4.1. Expression générale pour l'éclairement dans le plan de restitution

En partant d'une certaine fonction de cohérence mutuelle Γ_e dans le plan U des objets dédoublés, on obtient l'éclairement dans le plan de l'hologramme V en considérant la propagation de la fonction de cohérence mutuelle du plan U au plan V. Par le processus photographique, la distribution spatiale d'éclairement dans le plan V est convertie en une transmittance en amplitude t_A. La restitution de l'hologramme fait intervenir la cohérence de la lumière provenant de la source de restitution. L'éclairement dans le plan de restitution dépend alors de la cohérence spatiale et temporelle de la lumière au stade de l'enregistrement et au stade de la restitution.

4.1.1. Enregistrement de l'hologramme

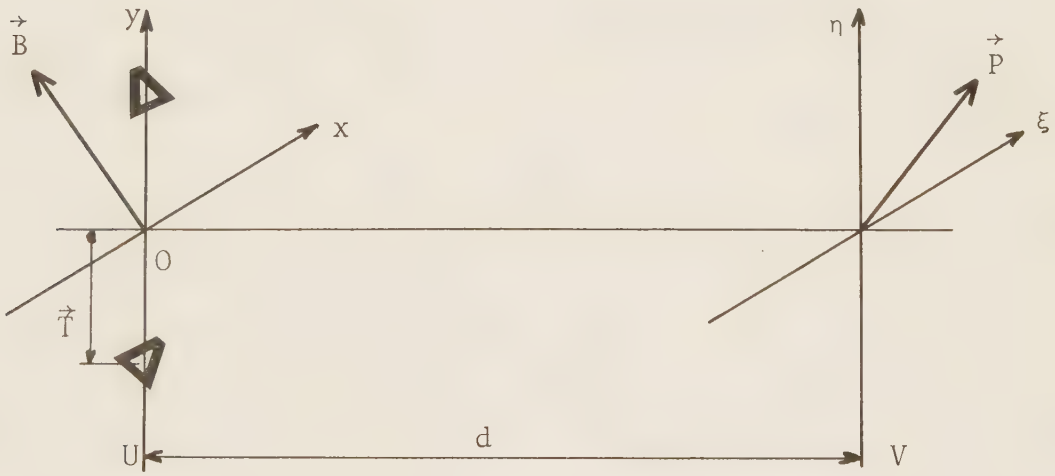


Figure 10 - Dispositif d'enregistrement à rotation

Les deux objets dédoublés se trouvent dans le plan U(xOy). Dans le plan U est disposée une lentille Obj de distance focale d.

La fonction de cohérence mutuelle dans le plan U est :

$$\Gamma = \Gamma_e [\vec{B}_1, \vec{B}_2; \tau] \qquad (4.1.1)$$

($\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ sont deux vecteurs dans le plan U, τ indique l'avance que la vibration lumineuse en $\vec{B}_1$ a subi par rapport à la vibration en $\vec{B}_2$).

Dans le cas où l'approximation quasi-monochromatique est valable, l'évolution de la fonction Γ_e en fonction de τ est donnée par :

$$\Gamma_e\left[\vec{B}_1,\vec{B}_2;\tau\right] = \Gamma_e[\vec{B}_1,\vec{B}_2;0]\exp\left\{-2\pi i\bar{\nu}\tau\right\} \qquad (4.1.2)$$

($\bar{\nu}$ = fréquence de la lumière).

Pour la propagation de la fonction Γ_e du plan U au plan V, on a :

$$\Gamma_e\left[\vec{P}_1,\vec{P}_2;0\right] = \frac{1}{r^2}\iint\Gamma_e\left[\vec{B}_1,\vec{B}_2;-\frac{(r_1-r_2)}{c}\right]A(\vec{B}_1)\,A^*(\vec{B}_2)\,dB_1\,dB_2 \qquad (4.1.3)$$

$r_1 = P_1B_1$, $r_2 = P_2B_2$, $r \simeq (r_1 + r_2)/2$;

$A(\vec{B})$ est la transmittance en amplitude du plan U ;

$-\frac{(r_1-r_2)}{c}$ est l'avance de temps τ qu'a pris le rayon P_1B_1 par rapport au rayon P_2B_2.

En explicitant r_1 et r_2 en fonction des coordonnées, et en tenant compte du facteur de phase quadratique, introduit par la lentille Obj, on trouve pour τ:

$$\tau = -\frac{(r_1-r_2)}{c} = \frac{-P_1^2 - P_2^2 + 2\vec{B}_1\vec{P}_1 - 2\vec{B}_2\vec{P}_2}{2cd}$$

La configuration de la figure 10 permet d'écrire $A(\vec{B})$ comme suit :

$$A(\vec{B}) \simeq t(\vec{B} - \vec{T}) + t\left(R^{-1}(\vec{B} + \vec{T})\right) \qquad (4.1.4)$$

t est la transmittance complexe de l'objet,

R est la matrice de rotation d'un angle θ.

La fonction de cohérence mutuelle $\Gamma_e[\vec{P}_1,\vec{P}_2;0]$ a une signification spéciale si $\vec{P}_1 = \vec{P}_2$. Dans ce cas précis, $\Gamma_e(\vec{P}_1,\vec{P}_1)$ est égal à l'éclairement au point P_1.

En substituant (4.1.4) dans (4.1.3) et en mettant $\vec{P}_1 = \vec{P}_2 = \vec{P}$, on obtient :

$$E(\vec{P}) \simeq \iint\Gamma\left[\vec{B}_1,\vec{B}_2;-\frac{(\vec{B}_1-\vec{B}_2).\vec{P}}{cd}\right]\left[t(\vec{B}_1-\vec{T})+t\left(R^{-1}(\vec{B}_1+\vec{T})\right)\right]\left[t^*(\vec{B}_2-\vec{T})+t^*\left(R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right)\right]dB_1\,dB_2$$

(4.1.5)

$E(\vec{P})$ représente l'éclairement dans le plan hologramme V.

4.1.2. Restitution de l'hologramme

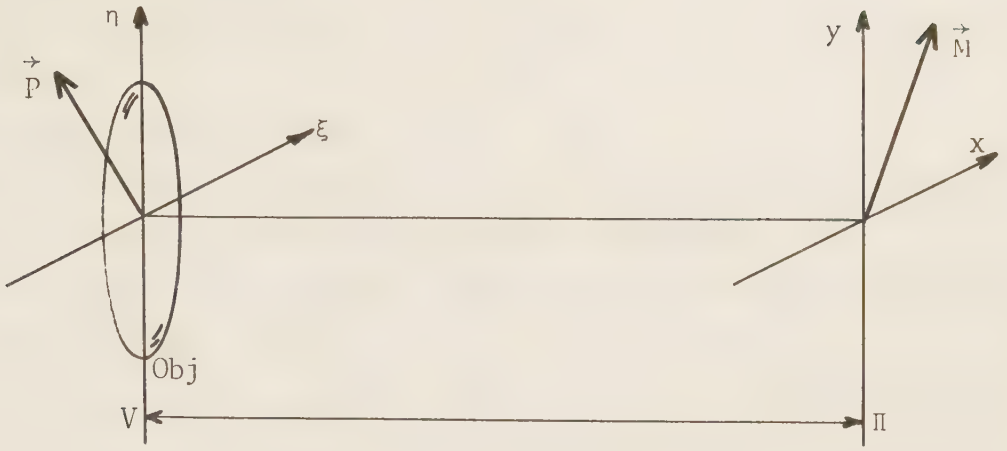


Figure 11 : Montage de restitution

Dans le plan V se trouve l'hologramme (transmittance complexe $\tau_o(\vec{P})$). L'objectif Obj a une distance focale d.

Lors de la restitution, la fonction de cohérence mutuelle de la lumière dans le plan V est $\Gamma_r[\vec{P}_1,\vec{P}_2;\tau']$.

La propagation de la fonction Γ_r du plan V au plan Π est décrite par l'équation :

$$\Gamma_\Pi(\vec{M}_1,\vec{M}_2,0) = \iint \Gamma_r[\vec{P}_1,\vec{P}_2;\tau']\,\tau_o(\vec{P}_1)\,\tau_o^*(\vec{P}_2)\,dP_1\,dP_2$$

$$\tau' = -\frac{M_1^2 - M_2^2 + 2\vec{M}_1.\vec{P}_1 - 2\vec{M}_2.\vec{P}_2}{2cd} \qquad (4.1.6)$$

L'éclairement dans le plan Π est obtenu en posant $\vec{M}_1 = \vec{M}_2$.

La transmittance $\tau_o(\vec{P})$ de l'hologramme est proportionnelle à l'éclairement $E(\vec{P})$, donné par l'éq.(4.1.5) à la condition que le processus photographique soit linéaire. On obtient finalement, pour l'éclairement $E(\vec{M})$ dans le plan de restitution, l'expression suivante :

$$E(\vec{M}) = \iiiiiint \Gamma_r\left[\vec{P}_1,\vec{P}_2;-\frac{(\vec{P}_1-\vec{P}_2).\vec{M}}{cd}\right]\Gamma_e\left[\vec{B}_1,\vec{B}_2;-\frac{(\vec{B}_1-\vec{B}_2).\vec{P}_1}{cd}\right].$$

$$\Gamma_e^*\left[\vec{B}_1',\vec{B}_2';-\frac{(\vec{B}_1'-\vec{B}_2').\vec{P}_2}{cd}\right]\left[t(\vec{B}_1-\vec{T})+t\left(R^{-1}(\vec{B}_1+\vec{T})\right)\right]\left[t^*(\vec{B}_2-\vec{T}) +\right.$$

$$\left.+t^*\left(R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right)\right]\left[t^*(\vec{B}_1'-\vec{T})+t^*\left(R^{-1}(\vec{B}_1'+\vec{T})\right)\right]\left[t(\vec{B}_2'-\vec{T})+t\left(R^{-1}(\vec{B}_2'+\vec{T})\right)\right]$$

$$.dB_1\,dB_2\,dB_1'\,dB_2'\,dP_1\,dP_2 \qquad (4.1.7)$$

4.2. Quelques cas spéciaux de cohérence pendant l'enregistrement et lors de la restitution

L'expression pour $E(\vec{M})$ est peu parlante et il faudra considérer des formes spéciales pour les fonctions de cohérence mutuelle pour pouvoir en tirer des conclusions.

Les différents cas à traiter sont :

a) Incohérence spatiale et cohérence temporelle lors de l'enregistrement; cohérence spatiale et temporelle lors de la restitution.
b) Incohérence spatiale et cohérence temporelle limitée lors de l'enregistrement; cohérence spatiale et temporelle lors de la restitution.
c) Incohérence spatiale et cohérence temporelle lors de l'enregistrement; cohérence spatiale et cohérence temporelle limitée lors de la restitution.
d) Une certaine cohérence spatiale et cohérence temporelle lors de l'enregistrement; cohérence spatiale et temporelle lors de la restitution.

4.2.1. L'hologramme incohérent idéal

Le premier cas se rapporte à un enregistrement à l'aide d'un laser, "décohéré spatialement"; la restitution se fait en lumière laser spatialement cohérente. Ceci permet d'écrire pour la dépendance des fonctions de cohérence mutuelle du facteur τ:

$$\Gamma_e[\vec{B}_1,\vec{B}_2;\tau] = \Gamma_{es}[\vec{B}_1,\vec{B}_2]\exp\{-2\pi i\,\bar{\nu}\tau\}$$

$$\Gamma_r[\vec{P}_1,\vec{P}_2;\tau] = \exp\{-2\pi i\bar{\nu}'\tau\}$$

($\bar{\nu}$ et $\bar{\nu}'$ indiquent la fréquence moyenne de la lumière laser lors de l'enregistrement et lors de la restitution; Γ_{es} décrit la cohérence mutuelle dans le domaine spatial).

L'expression (4.1.6) se simplifie à :

$$E(\vec{M}) = \left|\iiint \Gamma_{es}[\vec{B}_1,\vec{B}_2]\left[t\left(\vec{B}_1-\vec{T}\right)+t\left(R^{-1}(\vec{B}_1+\vec{T})\right)\right]\cdot\left[t^*\left(\vec{B}_2-\vec{T}\right)+t^*\left(R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right)\right]\exp\left[\frac{-2\pi i\bar{\nu}}{cd}\left\{\vec{M}\begin{bmatrix}\bar{\nu}'/\bar{\nu}\\ \bar{\nu}/\bar{\nu}\end{bmatrix}+\vec{B}_1-\vec{B}_2\right\}.\vec{P}\right] dB_1dB_2dP\right|^2 \qquad (4.2.1)$$

La supposition d'incohérence spatiale de l'objet fait que Γ_{es} prend la forme d'une fonction de Dirac.

En développant l'expression sous le signe d'intégration, quatre termes apparaissent :

$$t(\vec{B}_1 - \vec{T})\ t^*(\vec{B}_2 - \vec{T})$$
$$+ t[R^{-1}(\vec{B}_1 + \vec{T})]\ t^*[R^{-1}(\vec{B}_2 + \vec{T})]$$
$$+ t(\vec{B}_1 - \vec{T})\ t^*[R^{-1}(\vec{B}_2 + \vec{T})]$$
$$+ t[R^{-1}(\vec{B}_1 + \vec{T})]\ t^*(\vec{B}_2 - \vec{T})$$

Pour les deux premiers termes, la fonction Γ_{es} prend la forme $\delta(\vec{B}_1 - \vec{B}_2)$. La substitution de Γ_{es} dans (4.2.1) fournit, pour un des deux termes :

$$E_1(\vec{M}) = \left| \iint |t(\vec{B}_1 - \vec{T})|^2 \exp\left[\frac{-2\pi i \bar{\nu}'}{cd} \vec{M}.\vec{P}\right] dB_1\ dP \right|^2 = C^{te}\ \delta(M) \qquad (4.2.2)$$

Pour les deux derniers termes, qui sont dûs aux interférences entre points homologues, Γ_{es} se met respectivement sous la forme :

$$\Gamma_{es} = \delta[R\vec{B}_1 - (U+R)\ \vec{T} - \vec{B}_2] \qquad \Gamma_{es} = \delta[R^{-1}\ \vec{B}_1 + (U+R^{-1})\ \vec{T} - \vec{B}_2] \qquad (4.2.3)$$

Si on considère le troisième terme, on trouve pour $E_3(\vec{M})$, en substituant (4.2.3) :

$$E_3(M) = \left| \iint \left| t\left(R^{-1}(\vec{B}_2 + \vec{T})\right)\right|^2 \exp\left[\frac{-2\pi i \bar{\nu}}{cd} \vec{P} \cdot \left(\left(\frac{\bar{\nu}'}{\bar{\nu}}\right)\vec{M} + (R^{-1} - U)\vec{B}_2 + (U + R^{-1})\vec{T}\right)\right] d\vec{B}_2\ dP \right|^2 \qquad (4.2.4)$$

L'intégration par rapport à la variable $\vec{P}$ fait apparaître une fonction de Dirac dans la somme :

$$\delta\left[\left(\frac{\bar{\nu}'}{\bar{\nu}}\right)\vec{M} + (R^{-1} - U)\ \vec{B}_2 + (U + R^{-1})\ \vec{T}\right]$$

A l'aide de cette fonction δ, on effectue facilement l'intégration, par rapport à $\vec{B}_2$:

$$E_3(\vec{M}) \simeq \frac{1}{\beta^4} \left| t\left[-\frac{R'}{\beta}\left(\vec{M}\,\frac{\bar{\nu}'}{\bar{\nu}} + 2\vec{T}\right)\right]\right|^4$$

(R' est la matrice de rotation de $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right)$ radians, $\beta = 2\sin\frac{\theta}{2}$).

De la même façon, on trouve :

$$E_4(\vec{M}) \simeq \frac{1}{\beta^4} \left| t\left[\frac{R'}{\beta}\left(\vec{M}\,\frac{\bar{\nu}'}{\nu} - 2\vec{T}\right)\right]\right|^4$$

La répartition lumineuse dans le plan de restitution devient finalement :

$$E(\vec{M}) = C^{te}\ \delta(\vec{M}) + \frac{1}{\beta^4}\left|t\left[-\frac{R'}{\beta}\left(\frac{\vec{M\nu}'}{\bar{\nu}} + 2\vec{T}\right)\right]\right|^4 + \frac{1}{\beta^4}\left|t\left[\frac{R'}{\beta}\left(\frac{\vec{M\nu}'}{\bar{\nu}} - 2T\right)\right]\right|^4 \qquad (4.2.5)$$

Le premier terme de (4.2.5) est l'ordre zéro à la restitution ; les deux autres termes représentent les images restituées, qui, par rapport à l'objet, ont subi une dilatation d'un facteur $1/\beta$. ($0 < \beta < 2$ en fonction de l'angle de rotation θ).

L'expression pour une image restituée est identique à celle obtenue dans le deuxième chapitre (éq. 2.3.3), si l'on tient compte du fait que la transmittance en intensité de l'objet est proportionnelle à sa luminance :

$$|t|^2 \simeq L.$$

L'équation (4.2.5) met en évidence, comme il a déjà été montré antérieurement, que la répartition spatiale de la phase de l'objet n'intervient pas dans l'expression finale pour l'éclairement dans les images à la condition que l'éclairage des objets dédoublés ait été parfaitement incohérent.

4.2.2. Enregistrement avec une source polychromatique

On considère maintenant le cas où l'hologramme a été enregistré avec une source de lumière à bande spectrale étendue. La restitution s'effectue en lumière cohérente. La fonction de cohérence mutuelle Γ_r est donc égale à $\exp(-2\pi i\bar{\nu}'\tau)$.

L'expression générale pour $E(\vec{M})$ est donnée de nouveau par (4.2.1). La fonction de cohérence mutuelle lors de l'enregistrement s'écrit :

$$\Gamma_e\left[\vec{B}_1,\vec{B}_2;-\frac{(\vec{B}_1 - \vec{B}_2).\vec{P}}{cd}\right] = \delta(\vec{B}_1,\vec{B}_2)\ \Gamma_\tau\left[-\frac{(\vec{B}_1 - \vec{B}_2).\vec{P}}{cd}\right] \qquad (4.2.6)$$

La cohérence spatiale est représentée par la fonction de Dirac. Γ_τ est la fonction de cohérence temporelle en fonction du retard entre deux rayons. En prenant un terme dans l'équation (4.2.1) qui restitue une image, et en substituant (4.2.6), on obtient l'expression (4.2.1) qui contient maintenant une fonction de Dirac :

$$\delta\left[\vec{B}_1 - \vec{T} - R^{-1}(\vec{B}_2 + \vec{T})\right]$$

L'intégration par rapport à $\vec{B}_1$ donne :

$$E(\vec{M}) = \left| \iint \Gamma_\tau \left[\frac{((U+R^{-1})\vec{T} + (R^{-1}-U)\vec{B}_2).\vec{P}}{cd} \right] \left| t\left(R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right) \right|^2 \exp\left\{ \frac{-2\pi i \bar{\nu}' \vec{M}.\vec{P}}{cd} \right\} dB_2 dP \right|^2 \quad (4.2.7)$$

La fonction de cohérence temporelle $\Gamma(\tau)$ est liée à la densité spectrale de la lumière utilisée par la relation {18}:

$$\Gamma(\tau) \simeq \int_0^\infty G(\nu) \exp(-2\pi i \nu \tau)\, d\nu \quad (4.2.8)$$

La substitution de (4.2.7) dans (4.2.8) fournit l'expression :

$$E(\vec{M}) \simeq \left| \iiint \left| t\left(R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right) \right|^2 G(\nu) \exp\left[\frac{-2\pi i \nu}{cd} \left\{ \left(\frac{\bar{\nu}'}{\nu} \vec{M} + (U+R^{-1})\vec{T} + (R^{-1}-U)\vec{B}_2 \right).\vec{P} \right\} \right] dB_2\, dP\, d\nu \right|^2$$

L'intégration par rapport à la variable $\vec{P}$ fournit la fonction :

$$\delta\left[\left(\frac{\bar{\nu}'}{\nu}\right)\vec{M} + (U + R^{-1})\,\vec{T} + (R^{-1} - U)\,\vec{B}_2 \right]$$

sous le signe d'intégration, ce qui permet de simplifier l'expression pour $E(\vec{M})$:

$$E(\vec{M}) \simeq \left| \int G(\nu) \left| t\left[-\frac{R'}{\beta}\left(\frac{\vec{M}\bar{\nu}'}{\nu} + 2\vec{T} \right) \right] \right|^2 d\nu \right|^2 \quad (4.2.9)$$

Cette expression traduit sous sa forme générale les effets de chromatisme latéral et de grandissement variable de l'image restituée.

Si on réduit l'objet à un point lumineux, le dernier facteur ne joue pas et on a seulement le chromatisme latéral dû à la porteuse dans l'expression pour $E(\vec{M})$.

En explicitant les coordonnées des vecteurs $\vec{M}$ et $\vec{T}$,

$$\vec{M} = (x,y) \quad ; \quad \vec{T} = (o,a)$$

on trouve l'expression suivante :

$$E(x,y) \simeq \left| \delta(x) \cdot \int G(\nu)\ \delta(\bar{\nu}'y + 2\nu a)\, d\nu \right|^2$$

$$\simeq \delta(x) \cdot \left| G\left(-\frac{\bar{\nu}'y}{2a} \right) \right|^2 \quad (4.2.10)$$

Comme exemple, on peut prendre pour $G(\nu)$ une fonction rectangulaire de largeur $\Delta\nu$, centrée à ν_o :

$$G(\nu) = \text{rect}\left[\frac{\nu - \nu_o}{\Delta\nu} \right] \quad (4.2.11)$$

En mettant (4.2.11) dans (4.2.10), il vient :

$$E(x,y) = \delta(x).\mathrm{rect}\left(\frac{-y-2a\,\frac{\nu_o}{\bar{\nu}'}}{2a\,\frac{\Delta\nu}{\bar{\nu}'}}\right)$$

$$E(x,y) = 1 \quad \begin{cases} x = 0 \\ -\frac{2a}{\bar{\nu}'}\nu_o + \frac{\Delta\nu}{2} < y < -\frac{2a}{\bar{\nu}'}\nu_o - \frac{\Delta\nu}{2} \end{cases}$$

$$0 \quad \text{ailleurs}$$

L'image est un segment de droite de longueur $\Delta y = 2a\,\frac{\Delta\nu}{\bar{\nu}'}$, centré à $y = -2a\,\frac{\nu_o}{\bar{\nu}'}$. L'élargissement relatif dû à la porteuse peut être exprimé par

$$\left|\frac{\Delta Y}{y}\right| = \frac{\Delta\nu}{\nu_o} .$$

4.2.3. Restitution d'un hologramme avec une source polychromatique

Dans le cas où la lumière est temporellement cohérente et spatialement incohérente lors de l'enregistrement, mais possède une cohérence temporelle limitée lors de la restitution, les fonctions Γ_e et Γ_r prennent la forme suivante :

$$\Gamma_e\left[\vec{B}_1,\vec{B}_2;-\frac{(\vec{B}_1-\vec{B}_2).\vec{P}}{cd}\right] \approx \delta(\vec{B}_1,\vec{B}_2)\exp\left[-\frac{2\pi i\bar{\nu}}{cd}(\vec{B}_1-\vec{B}).\vec{P}\right]$$

$$\Gamma_r\left[\vec{P}_1,\vec{P}_2;-\frac{(\vec{P}_1-\vec{P}_2).\vec{M}}{cd}\right] \approx \Gamma_\tau\left[-\frac{(\vec{P}_1-\vec{P}_2).\vec{M}}{cd}\right]$$

L'équation (4.2.7) fournit pour une des deux images restituées le terme suivant :

$$t(\vec{B}_1-\vec{T})\,t^*\left[R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right]\,t^*(\vec{B}'_1-\vec{T})\,t\left[R^{-1}(\vec{B}'_2+\vec{T})\right];$$

Les fonctions de cohérence Γ_e, qui décrivent la cohérence entre les points $(\vec{B}_1,\vec{B}_2)$ et $(\vec{B}'_1,\vec{B}'_2)$ sont :

$$\delta\left[\vec{B}_1-\vec{T}-R^{-1}\vec{B}_2-R^{-1}\vec{T}\right] \text{ et } \delta\left[\vec{B}'_1-\vec{T}-R^{-1}\vec{B}'_2-R^{-1}\vec{T}\right] \qquad (4.2.12)$$

La substitution de (4.2.12) et de (4.2.8) dans l'équation (4.1.7) donne l'expression :

$$E(\vec{M}) = \iiiiint G(\nu)\left|t\left(R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right)\right|^2\left|t\left(R^{-1}(\vec{B}'_2+\vec{T})\right)\right|^2$$

$$\exp\left[-\frac{2\pi i\bar{\nu}}{cd}\left[\left\{\frac{\vec{M}\nu}{\bar{\nu}}+(R^{-1}-U)\vec{B}_2+(U+R^{-1})\vec{T}\right\}.\vec{P}_1-\left\{\frac{\vec{M}\nu}{\bar{\nu}}+(R^{-1}-U)\vec{B}'_2+(U+R^{-1})\vec{T}\right\}.\vec{P}_2\right]\right]$$

$$dB_2\,dB'_2\,dP_1\,dP_2\,d\nu \qquad (4.2.13)$$

Le changement de variables $(\vec{P}_1,\vec{P}_2) \rightarrow (\vec{C},\vec{D})$ est introduit :

$$\vec{P}_1-\vec{P}_2 = \vec{C}$$
$$\vec{P}_1+\vec{P}_2 = \vec{D}$$

L'exponentielle dans l'équation (4.2.13) devient :

$$\exp\left\{\frac{-2\pi i\bar{\nu}}{cd}\left[\left\{\frac{\vec{M}\nu}{\bar{\nu}} + (R^1-U)\vec{B}_2+(U+R^{-1})\vec{T}\right\}\cdot\frac{(\vec{C}+\vec{D})}{2}+\left\{\frac{\vec{M}\nu}{\bar{\nu}} + (R^{-1}-U)\vec{B}_2'+(U+R^{-1})\vec{T}\right\}\cdot\frac{(\vec{C}-\vec{D})}{2}\right]\right\}$$

L'intégration par rapport à la variable $\vec{D}$ donne une fonction $\delta(\vec{B}_2-\vec{B}_2')$; ceci permet d'effectuer l'intégration par rapport à $\vec{B}_2'$ en posant $\vec{B}_2' = \vec{B}_2$. L'intégration par rapport à la variable $\vec{C}$ permet d'écrire (4.2.13) sous la forme finale :

$$E(\vec{M}) \simeq \int G(\nu)\cdot\left|t\left[-\frac{R'}{\beta}\left(\vec{M}\frac{\nu}{\bar{\nu}}+2\vec{T}\right)\right]\right|^4 d\nu \qquad (4.2.14)$$

Comme dans le paragraphe précédent, on peut considérer le cas simple de l'hologramme d'un point :

$$t(\vec{U}) = \delta(\vec{U})$$

L'éclairement en fonction des coordonnées (x,y) devient :

$$E(x,y) \simeq \delta(x)\int G(\nu)\cdot\delta(\nu y+2a\bar{\nu})\,d\nu$$

$$\simeq \delta(x)\cdot G\left[-\frac{2a\bar{\nu}}{y}\right] \qquad (4.2.15)$$

Comme exemple, on peut prendre pour $G(\nu)$ une fonction rectangulaire de largeur $\Delta\nu$, centrée à ν_o;

$$G(\nu) = \text{rect}\left[\frac{\nu-\nu_o}{\Delta\nu}\right] \qquad (4.2.15a)$$

En substituant (4.2.15a) dans (4.2.15), il vient :

$$E(x,y) = \delta(x)\cdot\text{rect}\left[\frac{-\frac{2a\bar{\nu}}{y}-\nu_o}{\Delta\nu}\right]$$

Si $\Delta\nu << \nu_o$:

$$E(x,y) = 1 \begin{cases} x = 0 \\ -\frac{2a\bar{\nu}}{\nu_o}\left[1+\frac{\Delta\nu}{2\nu_o}\right] < y < -\frac{2a\bar{\nu}}{\nu_o}\left[1-\frac{\Delta\nu}{2\nu_o}\right] \end{cases}$$

0 ailleurs

L'image est un segment de droite de longueur $\Delta y = \frac{2a\bar{\nu}\Delta\nu}{\nu_o^2}$, centré à $y = -\frac{2a\bar{\nu}}{\nu_o}$

L'élargissement d'un objet ponctuel lors de la restitution est :

$$\left|\frac{\Delta y}{y}\right| = \frac{\Delta\nu}{\nu_o}$$

Il est intéressant de comparer les cas, où soit l'enregistrement, soit la restitution de l'hologramme s'effectue en lumière polychromatique. Pour un objet ponctuel, l'expression pour $E(\vec{M})$ peut être considérée comme étant la réponse percussionnelle du processus d'imagerie holographique. L'analogie avec un système optique ordinaire s'impose alors.

Si la lumière, utilisée pour l'enregistrement, est caractérisée par une fonction de cohérence temporelle Γ_τ, le système holographique se comporte comme un système optique cohérent avec une réponse percussionnelle en amplitude, donnée par la transformée de Fourier de Γ_τ (voir éq.4.2.10)

$$h(x,y) = \delta(x)\cdot G\left[-\frac{\bar{\nu}'y}{2a}\right] \qquad (4.2.16)$$

Dans le cas où la fonction de cohérence temporelle de la lumière lors de la restitution est Γ_τ, le processus holographique est équivalent à un système optique incohérent avec une réponse percussionnelle en intensité :

$$\mathcal{H}(x,y) = \delta(x)\cdot G\left[-\frac{2a\bar{\nu}}{y}\right] \qquad (4.2.17)$$

(Pour ces deux cas bien précis, on a fait abstraction de la diffraction lors de la restitution).

4.2.4. Cohérence partielle dans le domaine spatial lors de l'enregistrement

Pour calculer l'influence d'une certaine cohérence spatiale dans l'éclairage des objets dédoublés, on peut reprendre l'équation (4.2.1) qui fournit l'éclairement dans le plan de restitution dans le cas où la restitution se fait en lumière spatialement et temporellement cohérente : $\Gamma_r = \exp[-2\pi i\bar{\nu}\tau]$

Si l'enregistrement s'effectue en lumière quasi-monochromatique, la fonction de cohérence mutuelle s'écrit :

$$\Gamma_e\left[\vec{B}_1,\vec{B}_2;\ -\frac{(\vec{B}_1-\vec{B}_2).\vec{P}}{cd}\right]=\Gamma_{es}\ (\vec{B}_1-\vec{B}_2)\ \exp\left[\frac{2\pi i\bar{\nu}}{cd}\ (\vec{B}_1-\vec{B}_2).\vec{P}\right] \qquad (4.2.18)$$

Ici on fait l'approximation habituelle, que la fonction Γ_{es} est invariante par translation. L'éclairement dans une image restituée devient (voir (4.2.1)) :

$$E(\vec{M}) = \left|\iiint\Gamma_{es}\left[\vec{B}_1 - \vec{T} - R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right]\ t(\vec{B}_1-\vec{T})\cdot t^*\left[R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right].\right.$$

$$\left.\exp\left[\frac{2\pi i\bar{\nu}}{cd}\ (\vec{M}+\vec{B}_1-\vec{B}_2).\vec{P}\right]\ dB_1\ dB_2\ dP\right|^2 \qquad (4.2.19)$$

(on a utilisé l'identité (4.2.18) ; $\bar{\nu}' = \bar{\nu}$).

En effectuant l'intégration par rapport à la variable $\vec{P}$, on obtient la fonction $\delta(\vec{M}+\vec{B}_1-\vec{B}_2)$. L'intégration par rapport à $\vec{B}_1$ fournit l'expression:

$$E(\vec{M}) = \left|\int\Gamma_{es}\left[\beta R'\vec{B}_2 - \vec{M} - (U+R^{-1})\vec{T}\right]\ t\left(\vec{B}_2-\vec{M}-\vec{T}\right).t^*\left(R^{-1}(\vec{B}_2+\vec{T})\right)\ dB_2\right|^2 \qquad (4.2.20)$$

($\beta = 2\sin\frac{\theta}{2}$; R' est la matrice de rotation de $\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\right)$ radians).

L'expression (4.2.20) prend une forme plus symétrique si l'on fait la transformation $\vec{B}_2 \to \vec{\Delta}$ suivant :

$$\beta R'\vec{\Delta} = \beta R'\vec{B}_2 - \vec{M} - (U + R^{-1})\ \vec{T} \qquad (4.2.21)$$

Les arguments des fonctions t deviennent :

$$\vec{B}_2 - \vec{M} - \vec{T} = \vec{\Delta} - \frac{R'}{\beta}\ (\vec{M} + 2\vec{T})$$

$$R^{-1}(\vec{B}_2 + \vec{T}) = R^{-1}\vec{\Delta} - \frac{R'}{\beta}(\vec{M} + 2\vec{T})$$

$$E(\vec{M}) = \left|\int\Gamma_{es}\left[\ \beta R'\vec{\Delta}\ \right]t\left[\vec{\Delta} - \frac{R'}{\beta}(\vec{M} + 2\vec{T})\right].t^*\left[R^{-1}\vec{\Delta} - \frac{R'}{\beta}(\vec{M} + 2\vec{T})\right]\ d\Delta\right|^2 \qquad 4.2.22)$$

Pour le cas purement incohérent, $\Gamma_e[\beta R'\vec{\Delta}] = \frac{1}{\beta^2}\ \delta(\vec{\Delta})$ et on retrouve le résultat connu :

$$E(\vec{M}) \simeq \frac{1}{\beta^4}\left|t\left[-\frac{R'}{\beta}\ (\vec{M} + 2\vec{T})\right]\right|^4$$

Remarques

Dès que $\Gamma_{es}(\vec{\Delta})$ a une certaine étendue finie, $E(\vec{M})$ se calcule suivant (4.2.22) qu'on peut considérer comme une sorte de produit de convolution entre les deux fonctions t et la fonction Γ_{es}. Deux constatations s'imposent alors :

a) l'intégrale de l'éq.(4.2.22) contient le produit tt^*, évalué pour des valeurs de l'argument différentes. En général, l'objet présentera des variations de phase, d'une part régulières, d'autre part de nature aléatoire. Dans le produit $t(\vec{B}_1)\ t^*(\vec{B}_2)$, évalué à des valeurs de l'argument différentes, il apparaîtra une partie imaginaire. La valeur de $E(\vec{M})$ est alors influencée par les variations de phase de la fonction objet t. Si les variations de phase sont de nature aléatoire, un bruit optique est introduit lors de l'enregistrement.

Dans la pratique, il est difficile d'évaluer l'importance de ce bruit de phase. L'enregistrement de l'hologramme se fait sur une plaque photographique, elle-même fonctionnant comme source de bruit. A la restitution, il y a addition cohérente de signal et bruit et l'importance relative des différentes sources de bruit ne peut pas être évaluée. Pour cette raison, le calcul du rapport signal sur bruit sous l'influence de défauts de phase aléatoires de l'objet a été simulé sur ordinateur.

b) L'argument de la fonction de cohérence spatiale Γ_{es} est affecté du facteur d'échelle β, propre à la méthode de rotation. L'étendue finie de Γ_{es} fait que l'éclairement $E(\vec{M})$ dans un point de l'image prend la valeur de la transmittance en intensité moyenne, pondérée par la fonction Γ_{es} de la région correspondante de l'objet. La taille de cette région-objet est donnée par la taille de la fonction Γ_{es} affectée par le facteur d'échelle β.

La méthode de rotation a comme effet d'introduire un grandissement virtuel de $1/\beta$ de la région de cohérence dans un objet dédoublé. Il faut insister sur le fait que la région de cohérence physique dans un objet dédoublé ne change pas ; c'est la méthode de rotation qui fait apparaître une région de cohérence apparente agrandie.

4.3. Influence de la fonction de cohérence mutuelle - Le filtrage du bruit de l'objet lors de l'enregistrement

On a déjà remarqué dans le paragraphe précédent (4.2.4.) qu'en présence d'une largeur finie de la fonction de cohérence mutuelle lors de l'enregistrement, on retrouve les variations spatiales de phase de l'objet sous forme de variations d'éclairement dans l'image restituée. En tenant compte des effets spéciaux dus à la méthode de rotation, on montre que la fonction de cohérence mutuelle joue le rôle d'un "filtre passe-haut" pour les fréquences spatiales du bruit que présente l'objet.

La figure 12 présente les régions de cohérence apparentes pour deux configurations d'objets dédoublés (le dédoublement symétrique et le dédoublement à angle de rotation θ). Ces régions de cohérence autour d'un point objet M_o servent comme domaine d'intégration pour obtenir l'éclairement dans le point image correspondant.

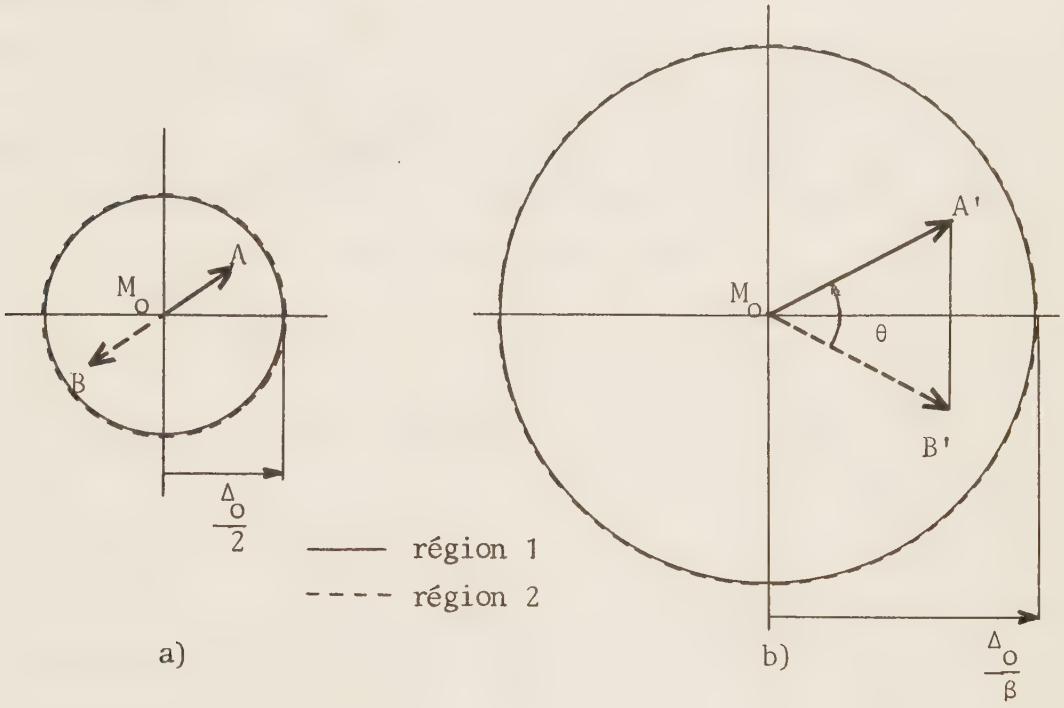


Figure 12

Les régions de cohérence autour d'un point objet
dans le cas d'un dédoublement symétrique : fig. a)
et d'un dédoublement à angle de rotation θ : fig. b)

Les régions de cohérence autour des points dédoublés se recouvrent exactement si l'on suppose que ces régions ont une symétrie de révolution.

4.3.1. Le dédoublement symétrique

L'éclairement dans le point de l'image restituée, qui est lié à une région cohérente de l'objet, correspondra à la transmittance en amplitude moyenne (autoconvolution) de cette région objet si la phase de la transmittance objet change peu dans cette région. Suivant l'équation (4.2.22), l'éclairement image sera fortement dépendant du bruit de l'objet si l'écart maximal Δ', qui peut se produire entre les valeurs des arguments de t et de t^*, devient de l'ordre de grandeur de la fonction d'autocorrélation du bruit considéré. On voit que le bruit dans les basses fréquences spatiales n'influencera pas

l'éclairement de l'image restituée ; par contre, si les variations spatiales du bruit sont plus rapides que la fréquence spatiale $1/\Delta'$, qui correspond à l'écart maximal Δ' entre les arguments de la fonction t (éq. 4.2.22), et que leur amplitude soit supérieure à π, l'éclairement dans un point image sera complètement aléatoire ; l'image restituée est modulée à 100 % par le bruit de l'objet (le rapport signal sur bruit R est égal à 1). Pour une amplitude de bruit inférieure à π, R a une valeur $R_o > 1$. La taille moyenne Δ_t des tachetures de l'image restituée est donnée par le produit de la largeur $\Delta_o/2$ de la fonction de cohérence apparente et du facteur d'échelle de l'image restituée, qui est propre à la méthode du dédoublement symétrique :

$$\Delta_t = \frac{\Delta_o}{2} .2 = \Delta_o \qquad (4.3.1)$$

La surface S de l'image restituée est proportionnelle à

$$S \simeq 2^2 \, N \, \Delta_o^2 = 4 \, N \, \Delta_o^2$$

(N est le nombre de régions de cohérence dans l'objet).

Le nombre de cellules résolues est :

$$N' = \frac{4N\Delta_o^2}{\Delta_t^2} = 4 \, N \qquad (4.3.2)$$

La fréquence de coupure f_c (côté bas) du bruit est de l'ordre de grandeur de l'inverse de Δ_t. Dans le cas du dédoublement symétrique, on trouve :

$$f_c \simeq \frac{1}{\Delta_o} \, mm^{-1} \qquad (4.3.3)$$

4.3.2. Le dédoublement à angle de rotation θ

On déduit de la figure 12 b) que l'écart maximal entre deux valeurs de l'argument de la fonction t (éq. 4.2.22) ne peut pas dépasser la valeur

$$(A'B')_{max} = \frac{\Delta_o}{\beta} .2 \sin \frac{\theta}{2} = \Delta_o$$

La fréquence de coupure du bruit (côté bas) devient alors :

$$f_c \simeq \frac{1}{\Delta_o} \, mm^{-1} \qquad (4.3.4)$$

La taille d'une tacheture dans l'image restituée se déduit de la taille de la fonction de cohérence apparente et du facteur d'échelle de l'image :

$$\Delta_t = \frac{\Delta_o}{\beta} .2 \sin \frac{\theta}{2} = \Delta_o$$

L'éclairement dans un point de l'image est obtenu par intégration sur une surface qui est $4/\beta^2$ fois plus grande que dans le cas du dédoublement symétrique. Le rapport signal sur bruit devient

$$R_\theta = \frac{2}{\beta} R_o \qquad (4.3.5)$$

(R_o représente le rapport signal sur bruit dans le cas d'un angle de rotation $\theta=\pi$).

Pour calculer le nombre de cellules résolues dans l'image restituée, il faut exprimer la surface totale par rapport à la surface d'une cellule de résolution élémentaire ($\simeq\Delta_o^2$).

On peut distinguer deux cas extrêmes :

a) $\beta^2 N<1$; cas cohérent.

L'étendue de la fonction d'autoconvolution de l'objet, qui est proportionnelle à Δ_o^2, est du même ordre de grandeur ou plus grande que la surface de l'image "incohérente", qui est proportionnelle à $\beta^2 N\Delta_o^2$. La surface S_a de l'image est proportionnelle à Δ_o^2.

Le nombre de cellules résolues est :

$$N_a' = 1 \qquad (4.3.6)$$

b) $\beta^2 N>>1$; cas incohérent.

La surface de l'image restituée S_b est beaucoup plus grande que la surface Δ_o^2 d'une cellule de résolution.

$$S_b \simeq \beta^2 N \Delta_o^2$$

Le nombre de cellules résolues est donné par :

$$N_b' = \beta^2 N \qquad (4.3.7)$$

4.3.3. Conclusions

Dans le paragraphe précédent, on a vu que la méthode de rotation permet d'augmenter le rapport signal sur bruit au prix d'une perte en résolution. La relation entre les deux paramètres R et N est :

$$R^2.N = Cte \qquad (4.3.8)$$

(N est le nombre de cellules résolues dans l'image).

Il est intéressant de comparer l'équation (4.3.8) à l'équation (3.4.3) qui détermine l'influence de l'angle de rotation sur le bruit introduit par la plaque photographique à la restitution. Dans les deux cas, la méthode de rotation permet d'améliorer le rapport signal sur bruit en échange d'une perte en résolution dans l'image restituée.

Si l'amplitude du bruit de l'objet et la largeur de la fonction de cohérence spatiale sont telles que l'image restituée présente un rapport signal sur bruit R_1 et qu'on veuille lire l'image avec un rapport signal sur bruit R_2, il faut augmenter la surface de lecture. La surface de lecture S' détermine maintenant le plus petit détail qui peut être résolu.

$$S' \simeq \frac{R_2^2}{R_1^2} \Delta_o^2 \qquad (4.3.9)$$

Le nombre de cellules résolues dans l'image devient finalement :

$$N_{R_2} = \beta^2 N. \frac{R_1^2}{R_2^2} \qquad (4.3.10)$$

La fréquence de coupure du bruit f_c est directement fournie par la taille réelle Δ_o de la fonction de cohérence. Elle ne dépend pas de l'angle de rotation. L'on voit que dans le cas limite d'un éclairage incohérent, f_c tend vers l'infini et le bruit de l'objet est supprimé par la méthode d'enregistrement.

En général, les déphasages introduits par les pièces optiques sont beaucoup moins importants que π radians; une plaque photographique peu bruyante présente un "bruit de surface" de l'ordre de 0.1λ, ce qui revient en transmission à des déphasages de l'onde objet de l'ordre de 0,05 radians ($n \simeq 1,5$). Les calculs numériques ont été effectués pour les amplitudes de bruit de l'objet, intermédiaires entre 0 et π radians.

4.4. Calcul numérique du rapport signal sur bruit de l'image restituée

Pour effectuer le calcul numérique, on a considéré un objet unidimensionnel et,forcément,adopté la configuration à dédoublement symétrique lors de l'enregistrement. La transmittance complexe de l'objet s'écrit :

$$t(x,y) = t_1(x) \tag{4.4.1}$$

Si l'angle de rotation θ équivaut π(dédoublement symétrique), l'équation (4.2.22) se met sous la forme :

$$E(\vec{M}) = \left| \int \Gamma_{es}[2\vec{\Delta}]\, t\left[\vec{\Delta} - \frac{\vec{M}+2\vec{T}}{2}\right] t^*\left[-\vec{\Delta} - \frac{\vec{M}+2\vec{T}}{2}\right] d\Delta \right|^2 \tag{4.4.2}$$

La substitution de (4.4.1)permet de remplacer (4.4.2) par une expression unidimensionnelle :

$$E(x) = \left| \int \Gamma_{es}(2p)\, t_1(p - \frac{x}{2})\, t_1^*(-p - \frac{x}{2})\, dp \right|^2 \tag{4.4.3}$$

Les résultats obtenus par calcul numérique pour le cas unidimensionnel peuvent être appliqués au cas où l'angle de rotation a une valeur quelconque en se rapportant à l'éq.(4.2.22). Dans le cas d'une rotation de θ radians entre les objets dédoublés, il suffit de prendre une valeur $2/\beta$ fois plus grande par rapport au cas unidimensionnel pour la largeur de la fonction de cohérence mutuelle. On suppose ici que le rayon de corrélation des variations aléatoires de l'objet ne dépasse pas l'intervalle d'échantillonnage utilisé pour le calcul numérique.

4.4.1. Résultats numériques pour un objet diffusant

Une fonction rectangulaire a été choisie comme objet. Comme fonction de cohérence spatiale Γ_{es}, on a pris une fonction sin(fp)/fp. Le facteur f représente une fréquence spatiale.

Un paramètre important est le rapport $\sqrt{N_1}$ entre la largeur y_o de la fonction objet et la largeur de la fonction Γ_{es};

$$\sqrt{N_1} = \frac{y_o f}{\pi}$$

N_1 détermine la cohérence partielle relative de l'objet.

Les défauts de phase aléatoires ont été simulés en multipliant la fonction objet par un facteur $\exp(i\phi) = \exp\{2\pi i(n-1)e/\lambda\}$; la valeur de e en fonction des coordonnées (points d'échantillonnage) varie d'une façon aléatoire entre 0 et e_{max}. Pour des raisons pratiques, une distribution uniforme de ϕ a été adoptée au lieu d'une distribution gaussienne, qui est plus près de la réalité.

Le rapport signal sur bruit R pour un objet uniforme a été calculé suivant :

$$R = \frac{\langle E \rangle}{\sigma_E} = \frac{\text{valeur moyenne de l'éclairement sans bruit}}{\text{écart quadratique moyen de l'éclairement}}$$

Pour un objet non-uniforme le rapport R' suivant

$$R' = \sqrt{\frac{\langle E^2 \rangle}{\sigma_E^2}}$$

est plus significatif.

Dans le tableau I ont été portées les valeurs obtenues pour R en fonction du facteur $\sqrt{N_1}$ (cohérence partielle dans l'objet unidimensionnel) et la valeur e_{max}, qui caractérise le bruit de l'objet. Le nombre de cellules résolues dans une image bidimensionnelle est proportionnel à $4N_1$, puisque les calculs s'appliquent au montage à dédoublement symétrique (éq.4.3.2). Pour limiter les temps de calcul, on a choisi $\sqrt{N_1} = 80$; pour une largeur d'objet de 1cm., cette valeur de N_1 fixe Δ_o à 60µm. Dans le dispositif d'enregistrement, Δ_o est approximativement 20µm.

Afin d'évaluer e_{max}, il faut considérer la puissance spectrale du bruit au-dessus de la fréquence f_c (éq.4.3.3). Cette fréquence de coupure f_c est déterminée par la taille Δ_o d'une région de cohérence dans l'objet dédoublé. Si la fréquence de coupure f_c croît, e_{max} tend à diminuer. Pour un objet diffusant, e_{max} conservera une valeur qui est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde λ, même si f_c atteint la valeur $50mm^{-1}$, correspondant au Δ_o pratique (20µm). Une valeur plus grande de N_1 ne change donc pas l'allure des résultats.

On se rappelle que dans le cas d'une rotation de θ radians entre les deux objets dédoublés, la largeur efficace de la fonction de cohérence partielle est multipliée par un facteur d'échelle $2/\beta = 1/(\sin \theta/2)$. Le rapport signal sur bruit R_θ, qu'on obtient par cette méthode d'enregistrement est également $2/\beta$ fois plus grand en comparaison avec le rapport signal sur bruit R_π, calculé pour le cas d'un angle de rotation de π radians. Dans la colonne $R_{15°}$ du tableau I, on a marqué la valeur obtenue pour le rapport signal sur bruit d'une image bidimensionnelle, si $\theta = 15°$ (le facteur d'échelle a la valeur 8).

Tableau I

Le rapport signal sur bruit dans l'image restituée en fonction de la diffusion par l'objet ($\simeq e_{max}$) et du paramètre θ.

n°	$\sqrt{N_1}$	Δ_o	e_{max}	R_π	$R_{15°}$
1	≤ 1	très grand	2,0λ	1,0	1,0
2	80	60µm	2,0λ	1,0	8,0
3	80	60µm	1,0λ	1,6	12,0
4	80	60µm	0,6λ	2,6	20
5	80	60µm	0,2λ	16,8	100
6	>4000	60µm	1,0λ	∞	∞

La figure 13 montre la forme d'images, générées par l'ordinateur et affectées par le bruit de phase de l'objet.

On voit qu'en l'absence de bruit photographique, les irrégularités de phase de l'objet seules peuvent suffire à dégrader sérieusement la qualité des images restituées. Si l'amplitude de ce bruit de phase est de l'ordre de la longueur d'onde, l'objet peut être considéré comme un diffuseur isotrope {19}. L'image restituée présente alors beaucoup de bruit dans le cas où la fonction de cohérence partielle Γ_{es} mesure quelques dizaines de microns. Pour les déformations de surface qui ne dépassent pas 0,5λ, le bruit dû à l'objet devient petit dans le cas d'un angle de rotation $\theta=15°$ et peut être négligé devant le bruit photographique dans la réalité.

Expérimentalement, on a pu observer l'influence de la qualité optique de l'objet. Un objet binaire, gravé dans une couche de chrome sur un support de verre de bonne qualité optique, a été copié par contact sur film ordinaire. L'hologramme, fait à partir de l'objet sur film, donne à la restitution une image dont les parties claires sont plus affectées par le bruit que celles de l'image restituée à partir de l'objet gravé. Le fond présente autant de bruit dans les deux cas; ce bruit-là provient seulement de la nature granulaire de la plaque photographique.

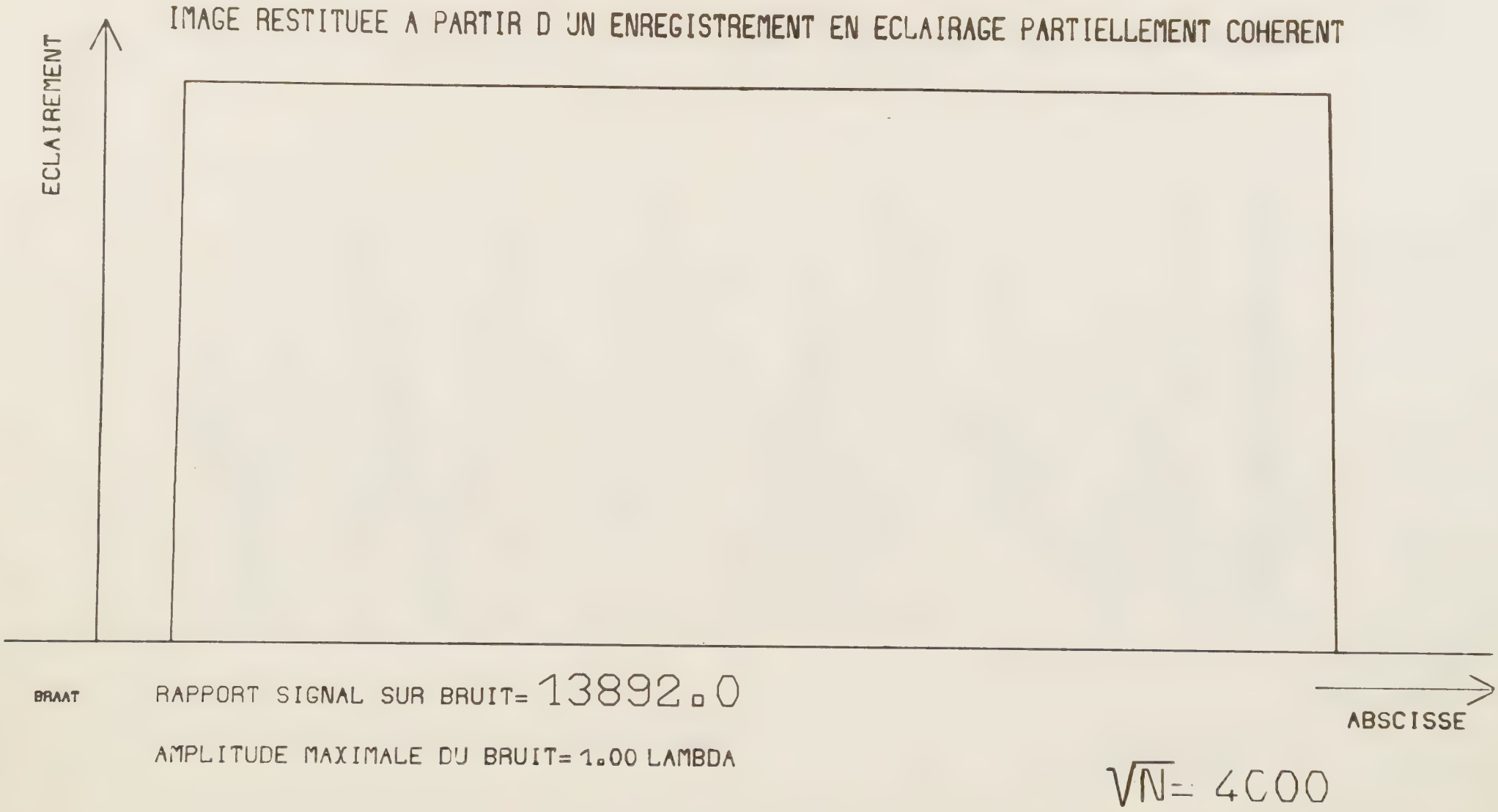


IMAGE RESTITUEE A PARTIR D UN ENREGISTREMENT EN ECLAIRAGE PARTIELLEMENT COHERENT
ECLAIREMENT
BRAAT
RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT= 13892.0
AMPLITUDE MAXIMALE DU BRUIT= 1.00 LAMBDA
ABSCISSE
√N= 4000

FIG 13a

IMAGE RESTITUEE A PARTIR D UN ENREGISTREMENT EN ECLAIRAGE PARTIELLEMENT COHERENT
ECLAIREMENT
BRAAT
RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT# 1.6
ABSCISSE
AMPLITUDE MAXIMALE DU BRUIT# 1.00 LAMBDA
√N# 80

FIG. 13 b

IMAGE RESTITUEE A PARTIR D UN ENREGISTREMENT EN ECLAIRAGE PARTIELLEMENT COHERENT
ECLAIREMENT
BRAAT
RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT# 2.6
ABSCISSE
AMPLITUDE MAXIMALE DU BRUIT# 0.60 LAMBDA
√N# 80

FIG. 13c

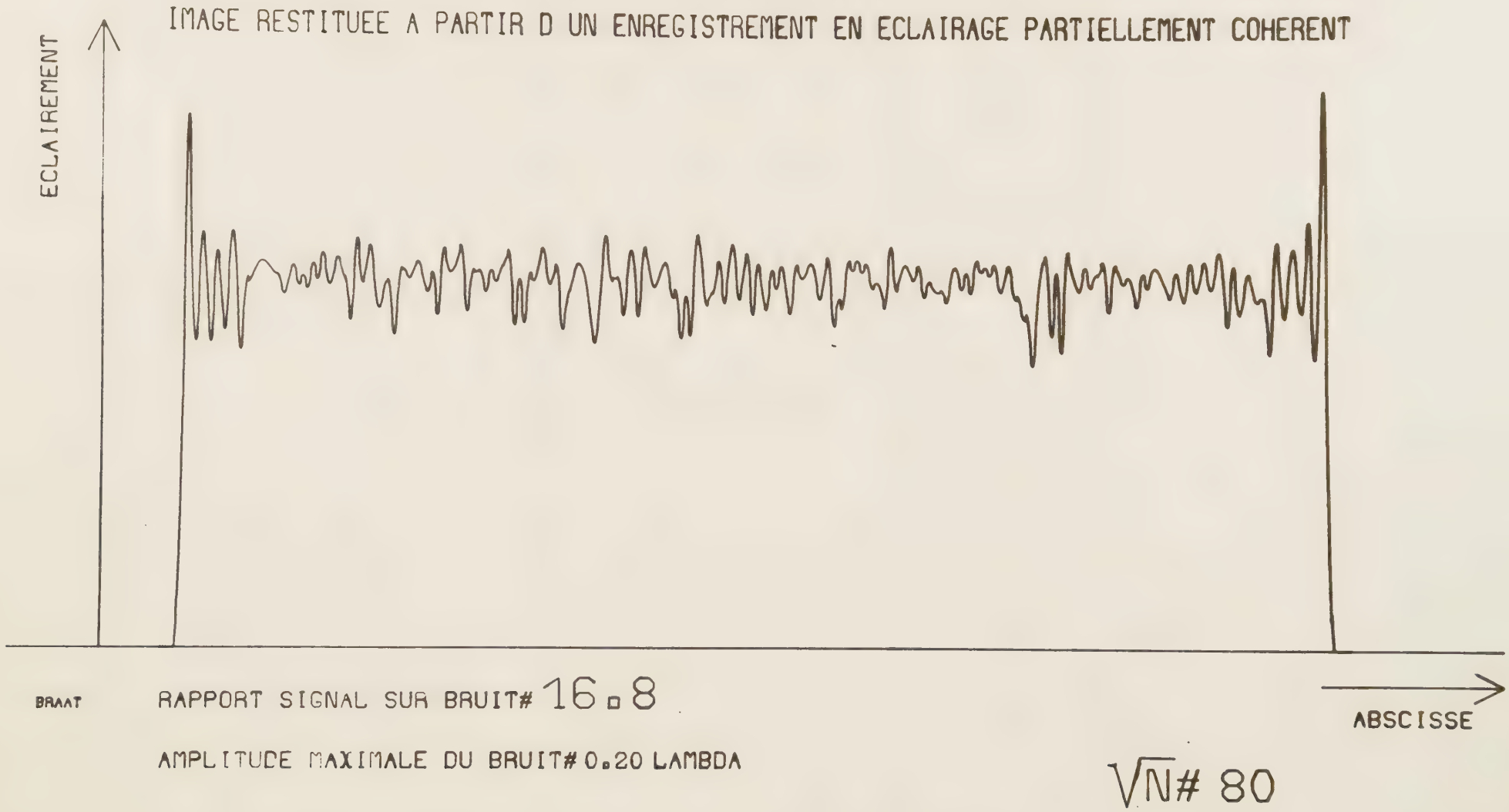


IMAGE RESTITUEE A PARTIR D UN ENREGISTREMENT EN ECLAIRAGE PARTIELLEMENT COHERENT
ECLAIREMENT
BRAAT
RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT# 16.8
AMPLITUDE MAXIMALE DU BRUIT# 0.20 LAMBDA
ABSCISSE
√N# 80

FIG 13 d

4.4.2. Résultats numériques pour un objet de phase périodique

On a considéré finalement le cas où l'objet est un objet périodique de phase pure. Si la fonction Γ_{es} n'est pas ponctuelle, on verra apparaître une certaine modulation dans l'éclairement des images restituées. Le tableau II montre les valeurs obtenues pour le rapport signal sur bruit R' et pour les déviations relatives maximales C, qui se produisent dans l'éclairement des images. L'amplitude des dénivellations de l'objet est donnée par e_{max} (en longueurs d'onde). La période de la fonction de phase sinusoïdale est un sixième de la largeur de l'objet.

Tableau II

Le rapport signal sur bruit dans l'image restituée.

n°	$\sqrt{N_1}$	Δ_o	e_{max}	R'	C
1	80	60µm	0,2λ	300	<1%
2	80	60µm	0,4λ	24,5	20%
3	80	60µm	1 λ	4,1	100%

La figure 14 donne la forme d'une image restituée en présence d'une structure périodique de phase dans l'objet.

Les déphasages de l'objet commencent à jouer un rôle important aussitôt que leur amplitude atteint l'ordre de grandeur de λ et que la largeur de Γ_{es} n'est plus négligeable devant la taille de l'objet. Les variations d'éclairement de l'image restituée peuvent devenir alors très considérables (100%) et entraîner une fausse interprétation de l'image.

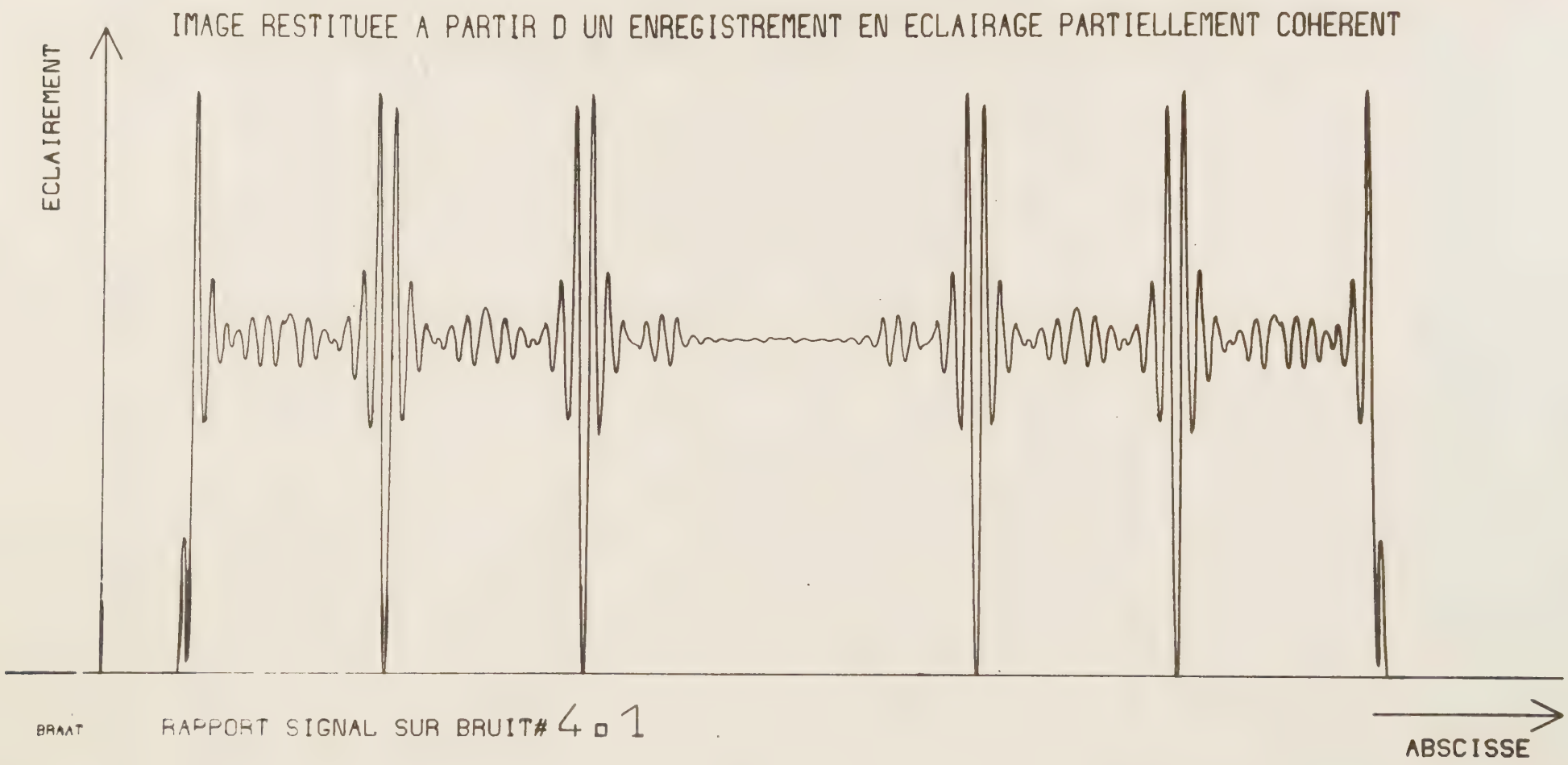


IMAGE RESTITUEE A PARTIR D UN ENREGISTREMENT EN ECLAIRAGE PARTIELLEMENT COHERENT
ECLAIREMENT
BRAAT
RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT# 4 o 1
ABSCISSE
√N# 80
AMPLITUDE DE LA DEFORMATION SINUSOIDALE# 1.00 LAMBDA
PERIODE# 0.17 FOIS LA LARGEUR OBJET

FIG. 14

5 - HOLOGRAPHIE A DOUBLE EXPOSITION EN LUMIERE SPATIALEMENT INCOHERENTE

5.1. Interférométrie

Plusieurs méthodes[22,23] permettent d'obtenir l'interférogramme de différences de phase entre deux ondes par l'enregistrement d'hologrammes en lumière spatialement cohérente. Ces hologrammes ont été obtenus par double exposition ; l'image restituée présente l'objet même, modulé par l'interférogramme de deux états différents de l'objet (par exemple une déformation ou un déplacement de l'objet entre deux poses). Ce changement de l'objet se traduit par le fait que l'onde objet est multipliée par un facteur de phase spatialement variable pendant la deuxième pose. L'hologramme à double exposition permet de restituer en même temps les deux ondes objets enregistrées et de visualiser de cette façon des interférences entre deux phénomènes qui sont décalés dans le temps.

D'autres méthodes holographiques[24] permettent d'observer des phénomènes d'interférences en temps réel. Après avoir enregistré l'hologramme d'un objet à un moment $t = t_o$, on fait interférer l'onde restituée par cet hologramme avec l'onde objet A(t). L'éclairement dans l'image restituée est modulé suivant la forme de l'onde A(t) et on observe un phénomène d'interférences dynamique.

L'interférométrie à l'aide de l'holographie incohérente[25] est une méthode en temps différé, qui permet de visualiser des objets de phase. L'avantage majeur de la méthode par rapport aux méthodes cohérentes est l'élimination de la granularité laser pendant l'enregistrement. Après avoir rappelé le principe de la méthode, on montrera que le type d'objets de phase qui peuvent être enregistrés est plus ou moins limité aux objets de phase linéaires.

5.1.1. L'enregistrement de l'hologramme

Les expériences ont été effectuées avec le montage à rotation (chap. 2). Pour des raisons de simplicité, les calculs seront faits pour le système d'enregistrement à symétrie ponctuelle (chap. 2) ; le principe de la méthode en sort plus clairement. Toutes les autres considérations en ce qui concerne le rapport signal sur bruit et la résolution dans les images restituées restent valables pour le montage à rotation.

Deux poses sont faites successivement sur la même plaque photographique ; l'une avec l'objet de phase, l'autre sans cet objet. L'éclairement total reçu par le récepteur dans le plan hologramme est :

$$E_{tot.} = E_1 + E_2 \ .$$

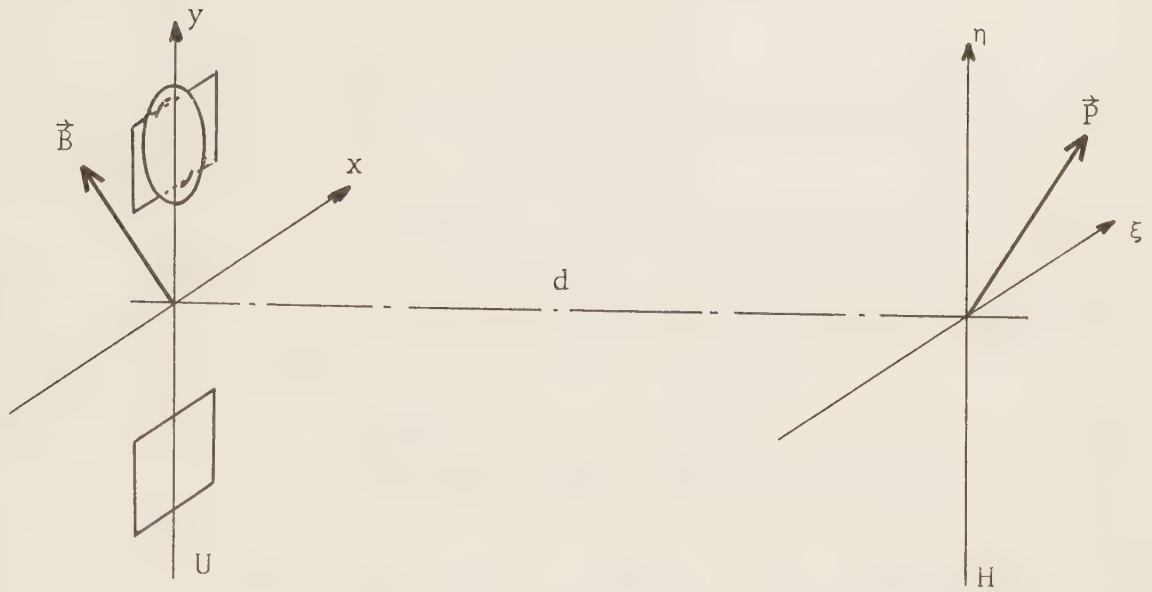


Figure 15

Enregistrement avec l'objet de phase dans une des deux voies du système dédoubleur

On considère les deux objets dédoublés dans le plan U ; la cohérence spatiale dans les objets est donnée par une fonction ponctuelle. Deux éléments de surface dB_1 et dB_2, associés aux points homologues B_1 et B_2, donnent dans le plan H un éclairement qui a la forme d'un système de franges de Young. L'éclairement $dE_1(\vec{P})$, produit par les deux points B_1 et B_2, devient :

$$dE_1(\vec{P}) \simeq L_1(\vec{B}_1 - \vec{T}) \cdot \left\{ 1 + \cos\left[\frac{4\pi \vec{P} \cdot \vec{B}_1}{\lambda d} \right] \right\} dB_1$$

(L_1 est la luminance de l'objet).

L'éclairement total dans un point P de H est obtenu en faisant la somme de $E_1(\vec{P})$ sur tout l'objet. $E_1(\vec{P})$ est proportionnel à :

$$E_1(\vec{P}) \simeq \int L_1(\vec{B}_1 - \vec{T}) \cdot \left\{ 1 + \cos\left[\frac{4\pi \vec{P} \cdot \vec{B}_1}{\lambda d} \right] \right\} dB_1 \qquad (5.1.1)$$

Supposons que la fonction $L_1(\vec{B})$ soit uniforme :

$$L_1(\vec{B}) = \begin{cases} 1 \text{ dans l'objet} \\ 0 \text{ à l'extérieur} \end{cases}$$

$E_1(\vec{P})$ peut s'écrire sous la forme :

$$E_1(\vec{P}) = \tilde{L}_1(0) + \frac{1}{2}\exp\left[\frac{-4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right].\tilde{L}_1\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\} + \frac{1}{2}\exp\left[\frac{4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right].\tilde{L}_1\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\} \qquad (5.1.2)$$

La fréquence porteuse moyenne de l'hologramme est déterminée comme d'habitude par la séparation angulaire des deux objets dédoublés. On enregistre $E_1(\vec{P})$ comme première pose sur l'hologramme.

Pendant la deuxième exposition, on introduit un objet de phase devant un des deux objets dédoublés, centré à $\vec{B}_1 = \vec{T}$. Soit $\Phi(\vec{B}_1 - \vec{T})$ la phase introduite par l'objet de phase F au point B_1. Le terme de phase dans le cosinus de l'expression (5.1.1) devient :

$$\left[\frac{4\pi\vec{P}.\vec{B}_1}{\lambda d} + \Phi(\vec{B}_1 - \vec{T})\right]$$

L'éclairement total, dû à la deuxième exposition est proportionnel à :

$$E_2(\vec{P}) = \tilde{L}_2(0) + \frac{1}{2}\exp\left[\frac{-4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right].\tilde{L}_2\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\} + \frac{1}{2}\exp\left[\frac{4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right].\tilde{L}_2\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\} \qquad (5.1.3)$$

$$\tilde{L}_2\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\} = \int L_1(\vec{B}_1)\exp\left[i\Phi(\vec{B}_1)\right]\exp\left[-\frac{4\pi i}{\lambda d}\vec{P}.\vec{B}_1\right]d\vec{B}_1 \qquad (5.1.4)$$

L'éclairement total, dû aux deux expositions est proportionnel à :

$$E_{tot} \simeq 2 + \frac{1}{2}\exp\left[\frac{-4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right]\left\{\tilde{L}_1\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\} + \tilde{L}_2\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\}\right\} + \frac{1}{2}\exp\left[\frac{4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right]\left\{\tilde{L}_1\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\} + \tilde{L}_2\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\}\right\} \qquad (5.1.5)$$

5.1.2. La restitution de l'hologramme

La restitution de l'hologramme ainsi obtenu s'effectue de la façon habituelle en lui faisant subir une nouvelle transformation de Fourier. L'amplitude dans une des deux images restituées est

$$A(\vec{M}) \simeq \int\exp\left[\frac{4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right]\left\{\tilde{L}_1\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\} + \tilde{L}_2\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\}\right\}\exp\left[-\frac{2\pi i\vec{P}.\vec{M}}{\lambda d}\right]d\vec{P}$$

$$= L_1\left[\frac{\vec{M} - 2\vec{T}}{2}\right] + L_2\left[\frac{\vec{M} - 2\vec{T}}{2}\right] \qquad (5.1.6)$$

On déduit de l'équation (5.1.4) : $L_2(\vec{B}) = L_1(\vec{B})\exp\{i\Phi(\vec{B})\}$ (5.1.7)

La substitution de (5.1.7) dans (5.1.6) donne :

$$A(\vec{M}) = L_1\left[\frac{\vec{M} - 2\vec{T}}{2}\right].\left\{1 + \exp\left[\Phi\left(\frac{\vec{M} - 2\vec{T}}{2}\right)\right]\right\}$$

L'éclairement de l'image centrée à $\vec{M} = 2\vec{T}$, devient :

$$E(\vec{M}) = \{L(\vec{M})\}^2 \ (1 + \cos \Phi) \tag{5.1.8}$$

5.1.3. Forme du spectre enregistré par la méthode à double exposition

Dans quelques cas simples, il est possible de calculer le système de franges enregistré dû aux deux expositions successives. On verra qu'en présence d'un objet de phase qui n'est pas linéaire, le contraste des franges sur l'hologramme diminue. L'efficacité de diffraction de l'hologramme au stade de la restitution baisse et le rapport signal sur bruit des images se détériore.

5.1.3.a) L'objet de phase linéaire

Si l'objet de phase introduit un déphasage linéaire (coin de verre , par exemple), la fonction $\Phi(\vec{B}_1)$ est de la forme :

$$\Phi(\vec{B}_1) = \frac{2\pi(n - 1)\ \alpha x}{\lambda} \qquad (\vec{B} = (x,y)\ ,\ \vec{P} = (\xi,n)\ ) \tag{5.1.9}$$

L'équation (5.1.4) se met sous la forme :

$$\tilde{L}_2\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\} = \int L_1(\vec{B}_1)\ \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda}\left\{(n - 1)\ \alpha x - \frac{2\vec{P}.\vec{B}_1}{d}\right\}\right] dB_1$$

$$= \tilde{L}_1\left[\frac{2\xi - (n - 1)\ \alpha d}{\lambda d}\ ,\ \frac{2n}{\lambda d}\right] \tag{5.1.10}$$

D'après (5.1.10), le spectre $\tilde{L}_2$ a la même forme que $\tilde{L}_1$, mais il est décalé d'une distance $(n-1)\alpha d/2$ dans la direction ξ par rapport à $\tilde{L}_1$. La valeur maximale de $\tilde{L}_2$ est égale au maximum de $\tilde{L}_1$. Le contraste des franges ne change donc pas en introduisant l'objet de phase linéaire.

A la restitution, les spectres enregistrés de cette façon à l'aide des deux expositions produisent deux ondes de forme identique, qui sont inclinées l'une par rapport à l'autre. L'interférence de ces deux ondes fournit des franges rectilignes dans l'image.

5.1.3.b) L'objet de phase non-linéaire. La diminution du contraste

Comme exemple d'un objet de phase non-linéaire, on a pris une lentille mince, ce qui est équivalent à introduire un déphasage quadratique. La fonction $\Phi(\vec{B}_1)$ devient :

$$\Phi(\vec{B}_1) = \frac{\pi B_1^2}{f\lambda}$$

où f est la distance focale de la lentille.

En substituant $\phi(\vec{B})$ dans l'équation (5.1.4), on trouve :

$$\tilde{L}'_2\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\} = \int L_1(\vec{B}_1)\exp\left\{2\pi i\left[\frac{B_1^2}{2f\lambda} - \frac{2\vec{B}_1.\vec{P}}{\lambda d}\right]\right\}dB_1$$

$$= \exp\left[\frac{-4\pi i P^2 f}{\lambda d^2}\right]\int L_1(\vec{B}_1)\exp\left[\frac{i\pi}{f\lambda}\left\{\vec{B}_1 - 2\vec{P}\,\frac{f}{d}\right\}^2\right]dB_1 \qquad (5.1.11)$$

D'après l'expression (5.1.11), l'éclairement dans le plan de l'hologramme, situé à la distance d, est donné par la transformée de Fresnel de la luminance $L_1(\vec{B}_1)$ d'un objet qui serait situé à la distance f du plan de l'hologramme. Lorsque f tend vers l'infini, on retrouve une transformée de Fourier.

L'éclairement total pendant la deuxième exposition est, d'après (5.1.3) :

$$E_2(\vec{P}) = \tilde{L}_1(0) + \frac{1}{2}\exp\left[\frac{-4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right]\tilde{L}'_2\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\} + \frac{1}{2}\exp\left[\frac{4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right]\tilde{L}'_2\left\{-\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\}$$

Pour calculer le contraste des franges de l'hologramme à l'origine, on pose $\vec{P} = 0$.

$$E_2(0) = \tilde{L}_1(0) + \frac{1}{2}\int L_1(\vec{B}_1)\exp\left\{\frac{\pi i B_1^2}{f\lambda}\right\}dB_1 + \int L_1(\vec{B}_1)\exp\left\{\frac{-\pi i B_1^2}{f\lambda}\right\}dB_1$$

$$= \tilde{L}_1(0) + \int L_1(\vec{B}_1)\cos\left\{\frac{\pi B_1^2}{f\lambda}\right\}dB_1 \qquad (5.1.12)$$

Si l'objet est un trou rond dans un diaphragme opaque, uniformément éclairé, $L_1(\vec{B}_1)$ peut être représenté par la fonction circ $(\frac{r}{R})$. En substituant cette fonction dans (5.1.12), on obtient :

$$\tilde{L}_1(0) = \pi R^2$$

$$\int L_1(\vec{B}_1)\cos\left\{\frac{\pi B_1^2}{f\lambda}\right\}dB_1 = \int_0^{2\pi}\int_0^{R}\cos\left\{\frac{\pi r^2}{f\lambda}\right\}r\,dr\,d\phi = \pi R^2\,\mathrm{sinc}\left(\frac{R^2}{f\lambda}\right)$$

$$E_2(0) \simeq 1 + \mathrm{sinc}\left(\frac{R^2}{f\lambda}\right)$$

Le contraste C des franges à l'origine est alors :

$$C = \mathrm{sinc}\left(\frac{R^2}{f\lambda}\right) \leq 1 \qquad (5.1.13)$$

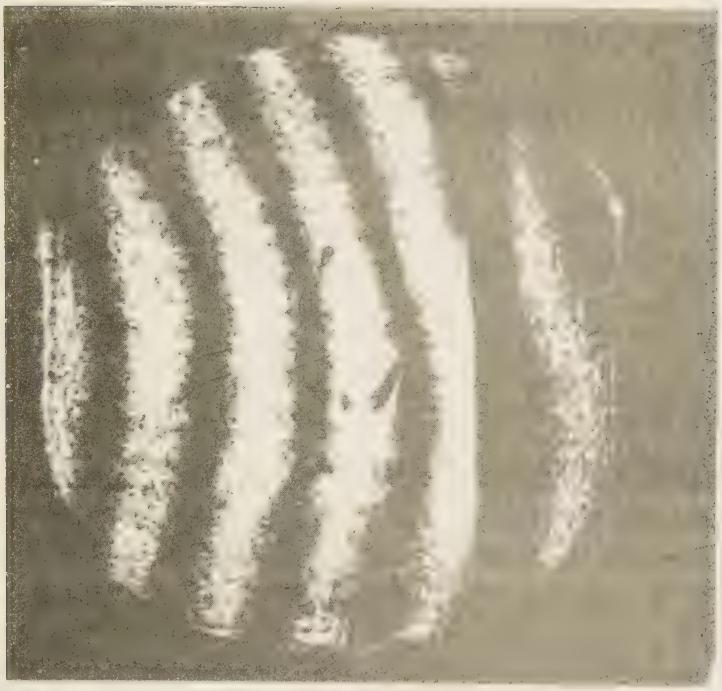


fig. 16

fig. 17

fig. 18

INTERFEROMETRIE HOLOGRAPHIQUE

Cette diminution du contraste des franges enregistrées restreint la méthode à certains cas déterminés. Si le contraste diminue, la luminosité de l'image restituée décroît également, tandis que le bruit, dû à la granularité de la plaque, reste constant. Il en résulte une diminution du rapport signal sur bruit dans l'image.

La photographie de la figure 16 montre un interférogramme obtenu par la méthode de double exposition. L'objet de phase est une lame de verre présentant des défauts plus ou moins linéaires (cas a).

La figure 17 montre l'interférogramme d'une lame de verre à défauts grossiers. On voit que le rapport signal sur bruit de cet hologramme est inférieur par rapport à l'hologramme précédent.

La figure 18 montre l'interférogramme d'une lentille mince de distance focale f = 2m.(verre de lunette). Les autres paramètres étant λ = 6328 Å et R = 5,5mm, on obtient une valeur maximale du contraste C des franges (éq. 5.1.13) :

$$C < 0{,}02$$

Ceci explique le mauvais rapport signal sur bruit de cet interférogramme.

5.2. Soustraction de luminances

En optique cohérente, l'on réalise optiquement des opérations mathématiques complexes, par exemple : la multiplication, l'intégration, la convolution, la transformation de Fourier, etc. Il est surprenant que certaines opérations mathématiques extrêmement simples, comme la division et la soustraction soulèvent des problèmes expérimentaux considérables. Actuellement, on sait effectuer la soustraction d'amplitudes complexes [26,27] ainsi que la soustraction de luminances [28-30]. On a développé une nouvelle méthode permettant d'effectuer la soustraction de luminances [31].

5.2.1. Principe de la méthode

Les expériences d'interférométrie holographique par double exposition en lumière incohérente, nous ont conduits à essayer d'effectuer la soustraction de luminances par une méthode à double ou multiple exposition.

Pour expliciter la voie suivie, considérons le système d'enregistrement classique aux deux images dédoublées et symétriques (fig. 19).

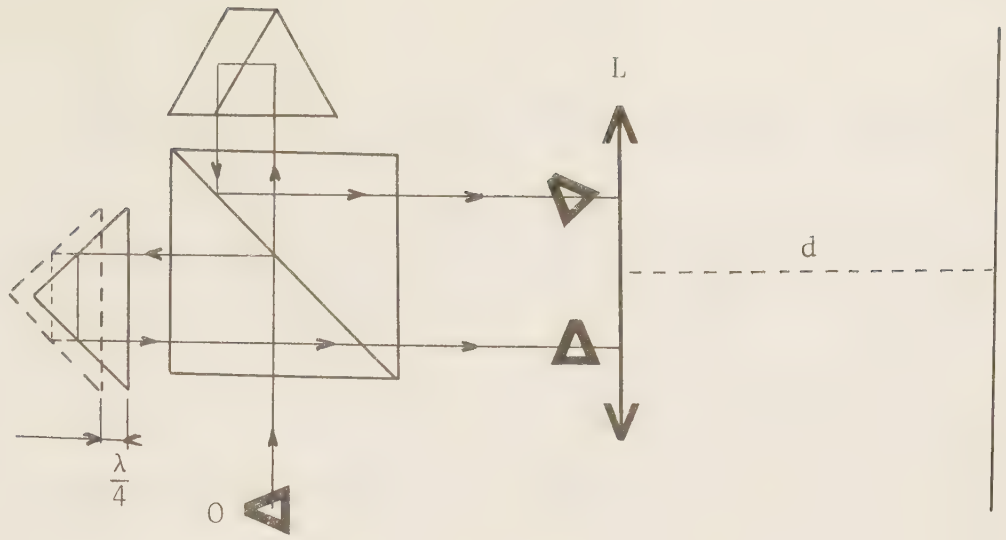


Figure 19 : Dispositif d'enregistrement pour effectuer la soustraction

Pendant la première pose, on enregistre de la façon habituelle la répartition lumineuse dans le plan de l'hologramme pour l'objet I. L'éclairement $E_1(\vec{P})$ est :

$$E_1(\vec{P}) = \tilde{L}_1(0) + \frac{1}{2}\tilde{L}_1\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\}\exp\left\{\frac{4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right\} + \frac{1}{2}\tilde{L}_1\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\}\exp\left\{\frac{-4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right\} \qquad (5.2.1)$$

($L_1(\vec{M})$ est la luminance de l'objet I, $2\vec{T} = (0,2a)$ est la distance des origines des objets dédoublés).

Un autre objet II, caractérisé par sa luminance $L_2(\vec{M})$ est ensuite enregistré sur la même plaque photographique, après avoir fait subir une variation de chemin optique égale à $\lambda/2$ à l'une des voies de l'interféromètre-dédoubleur . Ceci se traduit par le fait que l'une des images dédoublées est affectée d'un facteur de phase $e^{i\pi}$, indépendant des coordonnées spatiales. Le déphasage de π fait que, en particulier si on ne change pas l'objet entre les deux poses, le système de frange enregistré lors de la deuxième pose est exactement le complément de celui enregistré pendant la première exposition.

L'éclairement correspondant à la deuxième exposition est :

$$E_2(\vec{P}) = \tilde{L}_2(0) + \frac{1}{2}\tilde{L}_2\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\}e^{\pi i}.\exp\left\{\frac{4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right\} + \frac{1}{2}\tilde{L}_2\left\{\frac{2\vec{P}}{\lambda d}\right\}e^{-\pi i}.\exp\left\{\frac{-4\pi i\vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right\}$$

Les éclairements $E_1(\vec{P})$ et $E_2(\vec{P})$ s'ajoutent et, après développement de la plaque photographique, on obtient une transmittance en amplitude donnée par :

$$t_A \simeq C_1 + C_2 \left[\tilde{L}_2\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\} e^{\pi i} + \tilde{L}_1\left\{\frac{-2\vec{P}}{\lambda d}\right\} \right] \exp\left[\frac{4\pi i\, \vec{T}.\vec{P}}{\lambda d}\right] + \text{d'autres termes} \qquad (5.2.2)$$

Lors de la restitution de l'hologramme, on effectue une transformation de Fourier de la transmittance en amplitude t_A et l'amplitude lumineuse dans le plan des images restituées est :

$$A(\vec{M}) = \delta(\vec{M}) + C \left\{ - L_2\left[\frac{\vec{M} - 2\vec{T}}{2}\right] + L_1\left[\frac{\vec{M} - 2\vec{T}}{2}\right] \right\} + \text{d'autres termes} \qquad (5.2.3)$$

On observe donc un éclairement image proportionnel à :

$$E(\vec{M}) \simeq \left| L_2\left[\frac{\vec{M} - 2\vec{T}}{2}\right] - L_1\left[\frac{\vec{M} - 2\vec{T}}{2}\right] \right|^2 \qquad (5.2.4)$$

Pour le type d'objets que nous avons utilisés, c'est-à-dire des objets binaires de transmittance réelle égale à 0 ou 1, l'on observe, lors de la restitution, la soustraction de deux luminances ($|L_2 - L_1|$).

5.2.2. Résultats expérimentaux

Pour effectuer expérimentalement le déphasage de π entre les deux expositions, on peut procéder de plusieurs façons. Etant donné la fréquence porteuse de l'hologramme, le déphasage de π revient à déplacer la plaque photographique dans son plan entre les deux expositions d'une demi-frange{29}. Dans le cas du montage utilisé (300 tr/mm), il faut déplacer la plaque de 1,5 µ env. ce qui constitue une opération délicate.

Une deuxième possibilité est d'utiliser des lames biréfringentes pour obtenir le déphasage de π. On peut tourner, entre les deux poses, une lame demi-onde, montée dans l'une des voies de l'interféromètre d'un angle de 90° afin de former le système de franges complémentaire.

Le problème qui se pose alors est la qualité optique de la lame demi-onde et la qualité mécanique de sa monture. Il est intolérable que cette lame introduise en tournant des variations importantes de chemin optique en fonction des coordonnées spatiales ($\Delta e < \lambda/40$).

La solution que nous avons finalement adoptée est de déplacer axialement de $\lambda/4$ l'un des prismes de l'interféromètre entre les deux poses. Le déplacement est obtenu à l'aide d'une céramique piézoélectrique.

Pour étalonner la céramique, nous avons étudié le déplacement d'un réseau de franges rectilignes formé par notre interféromètre en fonction de la tension appliquée entre les faces du cristal. Il se produit un phénomène d'hystérésis dans la céramique ; cependant, en effectuant le déplacement toujours dans le même sens, on obtient des mesures bien reproductibles.

Les objets avec lesquels nous avons effectué la soustraction sont d'une part deux rectangles perpendiculaires, et d'autre part deux trous de tailles différentes. La figure 20 montre les restitutions de ces hologrammes ainsi que les additions de ces mêmes objets. On remarquera qu'aux endroits où les luminances s'annulent,le bruit photographique est le même qu'en dehors de l'image. Ceci prouve que le déphasage entre les deux poses était correct.

On peut évaluer la tolérance sur le réglage du déphasage, de la façon suivante ; l'éclairement dans l'image restituée dans le cas d'un déphasage ϕ est

$$E(\vec{M}) \simeq |L_1(\vec{M})\, e^{i\phi} + L_2(\vec{M})|^2$$

$$= L_1^2 + L_2^2 + 2\, L_1 L_2 \cos\phi$$

$$= (L_1 - L_2)^2 + 4\, L_1 L_2 \cos^2(\phi/2)$$

La variation d'éclairement introduite lorsque le déphasage est de ϕ degrés au lieu de 180° est :

$$\Delta E = 4 \cos^2(\phi/2)$$

(pour $L_1 \simeq L_2 \simeq 1$).

En adoptant comme tolérance de lumière parasite un niveau d'éclairement égal à 5 % du maximum, on obtient la condition :

$$4 \cos^2(\phi/2) < 0{,}05$$

$$-0{,}112 < \cos(\phi/2) < 0{,}112$$

soit $167° < \phi < 193°$; $\Delta\phi = 26°$.

L'étalonnage de la céramique a montre que le déphasage est suffisamment reproductible pour assurer cette précision.

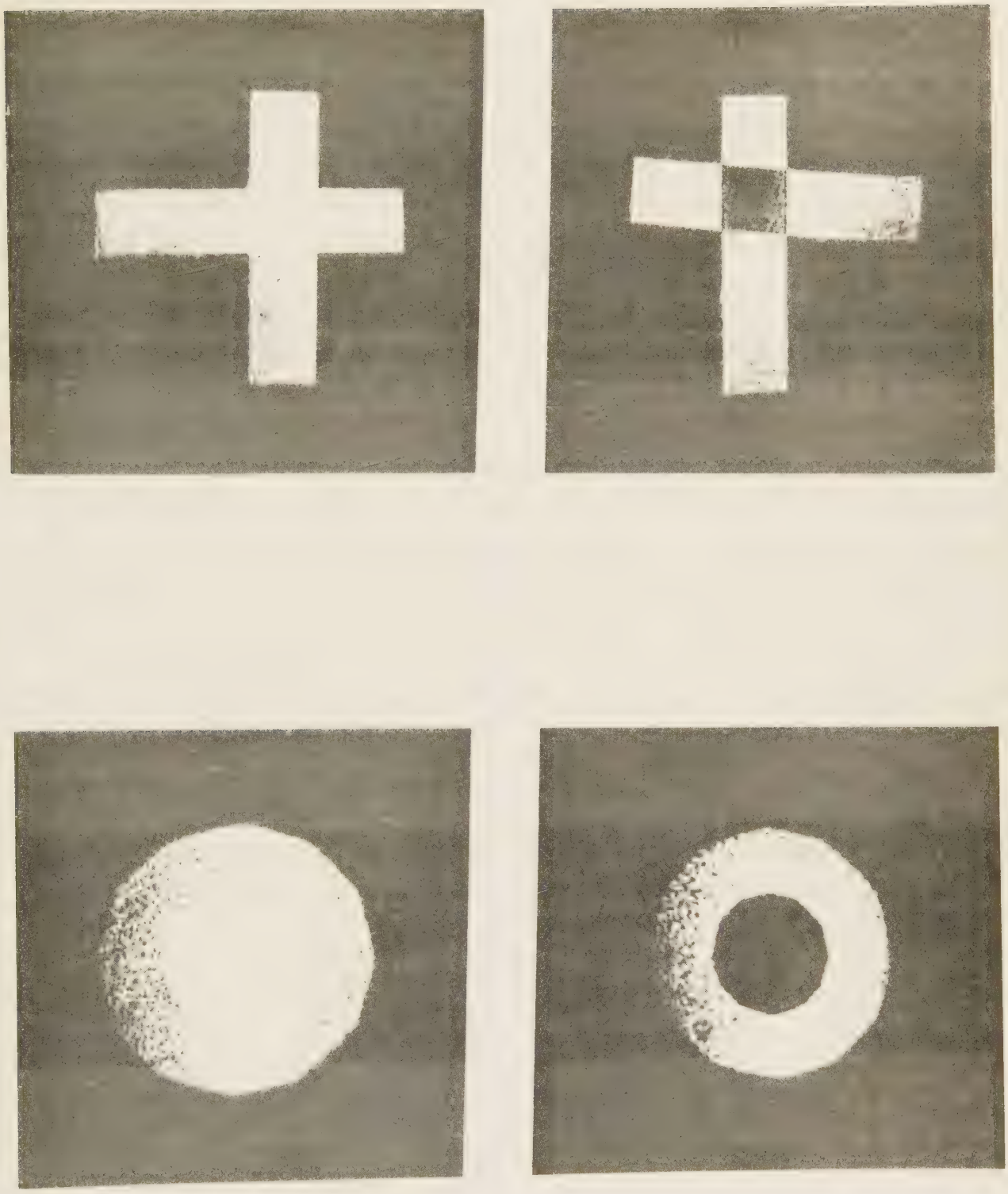


fig. 20. Addition et soustraction
de luminances

6 - ECLAIRAGE INCOHERENT DE L'OBJET PAR BALAYAGE AVEC UNE ONDE PLANE

Dans le chapitre 4, il a été montré que la cohérence temporelle de la lumière influe sur plusieurs facteurs pendant l'enregistrement d'un hologramme spatialement incohérent. Une source thermique à bande spectrale large introduit une diminution du contraste des franges sur l'hologramme et est à l'origine d'une perte de résolution dans l'image restituée. Pour contourner ces écueils, on éclaire en général l'objet à l'aide d'un laser. La cohérence spatiale du laser est annulée par un diffuseur mobile[32]; la cohérence temporelle est très peu affectée par cette méthode. Malheureusement, une partie importante de la puissance disponible du laser est perdue à cause de la diffusion, lorsque l'on utilise ce mode d'éclairage. Par conséquent, les temps de pose sont longs.

L'équivalent d'un éclairage incohérent est obtenu si 'lon éclaire l'objet par une onde plane qui pivote autour du centre de l'objet. Pendant le temps de pose, on balaie angulairement la pupille d'entrée du système optique. Physiquement parlant, le résultat final est le même qu'avec un diffuseur mobile dont la figure de diffusion est déterminée par l'ouverture du système optique : à l'intérieur de la pupille d'entrée, la figure de diffusion est uniforme, en dehors elle est nulle. Par cette méthode d'éclairage, on peut utiliser entièrement la puissance du laser[33].

6.1. Calculs théoriques

Pour établir l'équivalence avec un éclairage incohérent, il faut considérer le système d'enregistrement avec son dédoubleur (fig. 21).

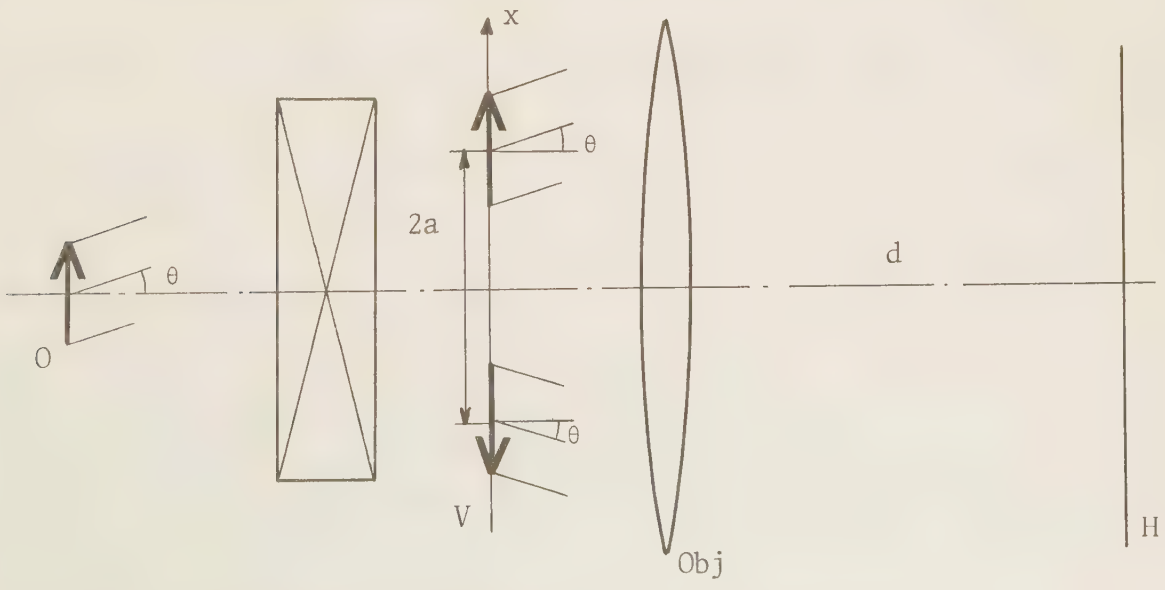


Figure 21 - Le balayage avec une onde plane

Dans le plan V se trouvent les deux objets dédoublés. L'objectif Obj a une distance focale égale à d. L'hologramme est enregistré dans le plan H.

A un certain moment $t = t_o$, l'objet est éclairé par une onde plane, dont la direction de propagation est donnée par les paramètres ϕ et $\vec{\alpha}$ ($\vec{\alpha}$ est un vecteur de position normalisé dans le plan de l'objet).

L'amplitude complexe de l'onde plane devient, après avoir traversé l'objet :

$$t'(\vec{B}_1) = t(\vec{B}_1) \exp\left\{\frac{2\pi i}{\lambda} (\vec{B}_1.\vec{\alpha})\ \phi\right\} \qquad (6.1.1)$$

$t(\vec{B}_1)$ est la transmittance complexe de l'objet ; dans l'approximation des petits angles, sin ϕ a été remplacé par ϕ.

A l'issue du système dédoubleur, les deux ondes objets résultantes ont subi, à part une translation, une rotation de θ radians l'une par rapport à l'autre. On peut donc écrire pour la transmittance complexe τ du plan V :

$$\tau(\vec{B}) = t'(\vec{B} - \vec{T}) + t'\left\{R^{-1}(\vec{B} + \vec{T})\right\} \qquad (6.1.2)$$

(2 $\vec{T}$ est le vecteur de translation entre les deux objets).

L'amplitude dans le plan focal de l'objectif Obj est donnée par la transformée de Fourier de la fonction $\tau(\vec{B})$:

$$A(\vec{P},\phi,\vec{\alpha}) = \int \tau(\vec{B},\vec{\alpha},\phi) \exp\left\{\frac{-2\pi i}{\lambda d} \vec{P}.\vec{B}\right\} dB \qquad (6.1.3)$$

La substitution de (6.1.2) dans (6.1.3) permet d'écrire :

$$A(\vec{P},\phi,\vec{\alpha}) = \int \left[t'(\vec{B}-\vec{T})+t'\left\{R^{-1}(\vec{B}+\vec{T})\right\}\right] \exp\left\{-\frac{2\pi i}{\lambda d} \vec{P}.\vec{B}\right\} dB =$$

$$= \exp\left\{\frac{-2\pi i}{\lambda d} \vec{P}.\vec{T}\right\} \tilde{t}\left[\frac{\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right] + \exp\left\{\frac{+2\pi i}{\lambda d} \vec{P}.\vec{T}\right\} \tilde{t}\left[\frac{R^{-1}\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right]$$

($\tilde{t}$ est la transformée de Fourier de t).

L'éclairement au moment $t = t_o$ s'écrit :

$$E(\vec{P},\phi,\vec{\alpha}) = \left|A(\vec{P},\phi,\vec{\alpha})\right|^2 =$$

$$= \left|\tilde{t}\left[\frac{\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right]\right|^2 + \left|t\left[\frac{R^{-1}\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right]\right|^2 + \exp\left\{\frac{4\pi i \vec{P}.\vec{T}}{\lambda d}\right\}.$$

$$.\tilde{t}\left[\frac{R^{-1}\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right]\tilde{t}^*\left[\frac{\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right] + \exp\left\{-\frac{4\pi i}{\lambda d} \vec{P}.\vec{T}\right\}\tilde{t}\left[\frac{\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right]\tilde{t}^*\left[\frac{R^{-1}\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right] \qquad (6.1.4)$$

Pendant le temps de pose, on balaie angulairement toute l'ouverture du système optique. L'éclairement total reçu pendant le temps de pose, devient :

$$E(\vec{P}) = \int_{0}^{+\frac{\pi}{2}} \int_{0}^{2\pi} E(\vec{P},\phi,\vec{\alpha})\, d\phi d\alpha. \qquad (6.1.5)$$

Pour calculer $E(\vec{P})$, on utilise l'identité suivante en notation vectorielle :

$$\int f(\vec{A}-\vec{B}) f^*(\vec{C}-\vec{B}) dB = T.F.\left\{ |F(\vec{P})|^2 \right\}_{\vec{P}=\vec{A}-\vec{C}} \qquad (6.1.6)$$

(F est la fonction transformée de f).

En utilisant le symbolisme de (6.1.6) dans l'équation (6.1.5), il vient :

$$E(\vec{P}) \simeq 2\tilde{L}(0) + \tilde{L}\left\{\frac{\beta R'\vec{P}}{\lambda d}\right\} \exp\left\{\frac{-4\pi i \vec{P}.\vec{T}}{\lambda d}\right\} + \tilde{L}\left\{\frac{-\beta R'\vec{P}}{\lambda d}\right\} \exp\left\{\frac{4\pi i \vec{P}.\vec{T}}{\lambda d}\right\} \qquad (6.1.7)$$

Ici, on a posé : $tt^* = L$; $\tilde{L}$ est la transformée de Fourier de L; $\beta = 2\sin \theta/2$, R' est la matrice de rotation de $(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})$ radians.

L'équation (6.1.7) est identique à celle qu'on obtient dans le cas d'un éclairage incohérent de l'objet. A la restitution, l'amplitude des images restituées représente la répartition spatiale de luminance de l'objet.

6.2. Influence de la limitation angulaire du balayage

Les résultats obtenus dans le § 6.1 ne sont valables que si on suppose le système optique d'enregistrement très ouvert. Dans la pratique, l'amplitude angulaire du balayage ne peut pas dépasser l'angle d'ouverture de l'interféromètre. L'intégration par rapport à la variable ϕ (éq.6.1.1) est donc limitée à un certain angle ϕ_{max}. Afin d'évaluer l'influence de cette intégration finie, on calcule l'éclairement d'une image restituée.

La transmittance en amplitude de l'hologramme obtenu par balayage comprend entre autres le terme (éq. 6.1.5) :

$$t_1(\vec{P}) = \int\int \exp\left\{\frac{4\pi i}{\lambda d} \vec{T}.\vec{P}\right\} \tilde{t}\left[\frac{R^{-1}\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right] \tilde{t}^*\left[\frac{\vec{P}}{\lambda d} - \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}\right] d\phi d\alpha \qquad (6.2.1)$$

L'image restituée est obtenue par une transformation de Fourier de t_1 du plan $\Pi(\vec{P})$ vers le plan $\Pi_o(\vec{M})$. L'éclairement d'une image restituée est proportionnel à :

$$E(\vec{M}) \simeq \left| \int t_1(\vec{P}) \exp\left\{ - \frac{2\pi i}{\lambda d} \vec{M}.\vec{P} \right\} dP \right|^2 \qquad (6.2.2)$$

La substitution de (6.2.1) dans (6.2.2) fournit l'expression :

$$E(\vec{M}) = \left| \iiint_{\phi\alpha\Delta} \exp\left\{ 2\pi i \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}.(\beta R'\vec{\Delta}) \right\} t\left(\vec{\Delta} + \frac{R'}{\beta}(\vec{M}-2\vec{T})\right) t^*\left(R^{-1}\vec{\Delta} + \frac{R'}{\beta}(\vec{M}-2\vec{T})\right) d\phi d\alpha d\Delta \right|^2 \qquad (6.2.3)$$

R' est la matrice de rotation de $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right)$ radians, $\beta = 2 \sin \frac{\theta}{2}$.

$\vec{\Delta}$ se déduit de la transformation

$$\beta R' \vec{\Delta} = \beta R' \vec{P} - \vec{M} - (U+R^{-1})\vec{T}$$

R^{-1} est la matrice inverse de la matrice R à rotation d'angle θ.

L'intégration par rapport aux variables ϕ et $\vec{\alpha}$(éq.6.2.3) revient à effectuer une transformation de Fourier des fréquences angulaires $\phi\vec{\alpha}/\lambda$ vers le vecteur $\vec{\Delta}$. On obtient la figure de diffraction que donne un faisceau convergent d'ouverture angulaire ϕ_{max}. Selon le théorème de Zernike-van Cittert, on déduit de cette figure de diffraction la fonction de cohérence mutuelle en présence d'un éclairage incohérent à ouverture égale. Le fait que le balayage soit limité à ϕ_{max} peut être traduit par la présence dans le système d'enregistrement d'une pupille fictive dont la taille correspond à la valeur de ϕ_{max}.

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\phi_{max}} \exp\left\{ 2\pi i \frac{\phi\vec{\alpha}}{\lambda}.(\beta R'\vec{\Delta}) \right\} d\phi d\alpha = \Gamma(\beta R'\vec{\Delta}) \qquad (6.2.4)$$

Compte tenu de (6.2.4), la comparaison de l'éq.(6.2.3) et l'éq. (4.2.22) montre que la limitation en amplitude de balayage revient à introduire une cohérence partielle, qui est la même que celle introduite par la pupille fictive dans le cas d'un éclairage incohérent de l'objet.

Dans le paragraphe 4.2.3, il a été montré que la taille de la région de cohérence détermine le plus petit détail qui peut être résolu dans l'image restituée. Ceci conduit à un résultat particulier dans le cas de l'éclairage par balayage. Le temps de pose est proportionnel à la surface S_H de l'hologramme (et donc à ϕ_{max}), tandis que la taille de la région de cohérence Δ_o est inversement proportionnelle à S_H. On en conclut qu'au stade de l'enregistrement il existe un rapport linéaire entre le temps de pose et la résolution dans les images holographiques.

6.3. Dispositif de balayage

Le balayage bidimensionnel de l'objet a été effectué à l'aide d'un miroir vibrant. Le miroir oscille autour d'un axe horizontal à une fréquence de 50 Hz. Le balayage horizontal se fait en tournant la platine, sur laquelle le miroir a été monté.

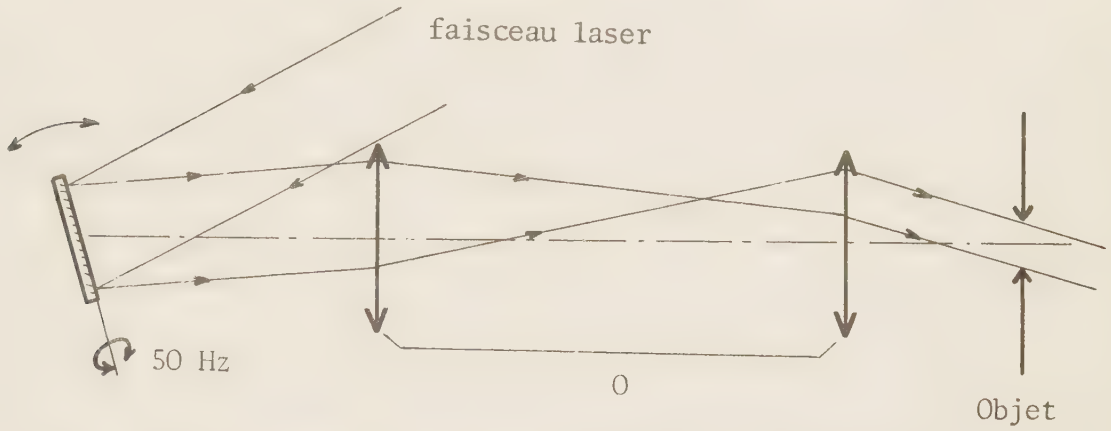


Figure 22 : Système d'éclairage à balayage bidimensionnel

Le système afocal O conjugue le plan dans lequel se trouve le miroir au plan objet. L'onde de balayage pivote maintenant autour de l'origine de l'objet. Le système afocal permet éventuellement d'introduire une amplification de l'amplitude de balayage. Le balayage n'est pas uniforme, puisque dans le plan horizontal, il s'agit d'un mouvement linéaire et dans le plan vertical d'un mouvement harmonique. Par conséquent, la vitesse de balayage instantanée est variable et l'éclairement reçu par la plaque photographique n'est pas constant. Dans la pratique, ce phénomène n'a pas été trop gênant. Une solution plus élégante est l'utilisation d'un déflecteur électro-optique bidimensionnel, qui présente l'avantage de travailler en transmission et d'avoir une grande rapidité.

Le gain en éclairement obtenu avec cette méthode par rapport à l'éclairage avec un diffuseur mobile dépend des conditions expérimentales :

a) le gain en éclairement permet à puissance de laser constante, d'utiliser des matériaux photosensibles de très bonne qualité optique, dont la sensibilité est de quelques ordres de grandeur inférieure à celle des plaques photographiques courantes, tout en ayant des temps de pose raisonnables.

b) Le fait d'utiliser de nouveaux matériaux photosensibles, qui introduisent beaucoup moins de bruit à la restitution, permet de diminuer la surface d'hologramme, tout en conservant le même rapport signal sur bruit dans l'image restituée que dans le cas des récepteurs classiques. Il s'agit d'une diminution du spectre de puissance du bruit $\tilde{\Phi}_{\tau\tau}$ (chap.3).

6.3. Dispositif de balayage

Le balayage bidimensionnel de l'objet a été effectué à l'aide d'un miroir vibrant. Le miroir oscille autour d'un axe horizontal à une fréquence de 50 Hz. Le balayage horizontal se fait en tournant la platine, sur laquelle le miroir a été monté.

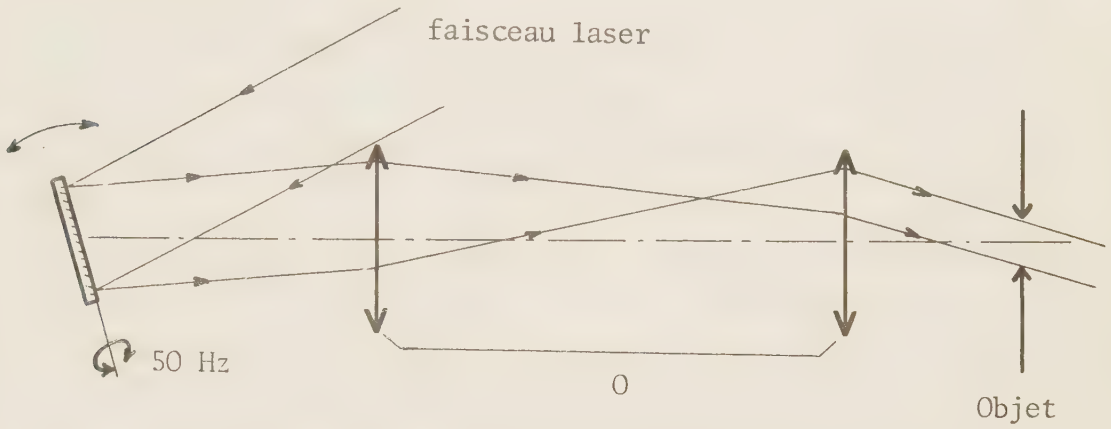


Figure 22 : Système d'éclairage à balayage bidimensionnel

Le système afocal O conjugue le plan dans lequel se trouve le miroir au plan objet. L'onde de balayage pivote maintenant autour de l'origine de l'objet. Le système afocal permet éventuellement d'introduire une amplification de l'amplitude de balayage. Le balayage n'est pas uniforme, puisque dans le plan horizontal, il s'agit d'un mouvement linéaire et dans le plan vertical d'un mouvement harmonique. Par conséquent, la vitesse de balayage instantanée est variable et l'éclairement reçu par la plaque photographique n'est pas constant. Dans la pratique, ce phénomène n'a pas été trop gênant. Une solution plus élégante est l'utilisation d'un déflecteur électro-optique bidimensionnel, qui présente l'avantage de travailler en transmission et d'avoir une grande rapidité.

Le gain en éclairement obtenu avec cette méthode par rapport à l'éclairage avec un diffuseur mobile dépend des conditions expérimentales :

a) le gain en éclairement permet à puissance de laser constante, d'utiliser des matériaux photosensibles de très bonne qualité optique, dont la sensibilité est de quelques ordres de grandeur inférieure à celle des plaques photographiques courantes, tout en ayant des temps de pose raisonnables.

b) Le fait d'utiliser de nouveaux matériaux photosensibles, qui introduisent beaucoup moins de bruit à la restitution, permet de diminuer la surface d'hologramme, tout en conservant le même rapport signal sur bruit dans l'image restituée que dans le cas des récepteurs classiques. Il s'agit d'une diminution du spectre de puissance du bruit $\tilde{\Phi}_{\tau\tau}$ (chap.3).

c) En utilisant la méthode de balayage, le temps de pose nécessaire est proportionnel à la surface d'hologramme à balayer. Diminution de la surface d'hologramme de S_H à S_H' fait diminuer le temps d'exposition également d'un facteur S_H'/S_H.

6.4. Résultats

Grâce à la méthode de balayage, on peut utiliser maintenant des photorésines comme récepteur photosensible (chap.7). Les hologrammes de phase, enregistrés sur ces résines, présentent une grande efficacité de diffraction et une diffusion à peine plus importante qu'une surface de verre polie.

La figure 23 montre la restitution d'un hologramme d'une mire. Comparé au cas de l'éclairement de l'objet par un diffuseur mobile, le temps d'exposition a été réduit d'un facteur 200. Le système d'enregistrement était le système à rotation avec un angle de rotation $\theta = 12°$. Le facteur de réduction est à peu près 4. Les autres paramètres sont : fréquence porteuse $f = 280mm^{-1}$, distance de restitution d = 20cm, surface d'hologramme $\Phi = 7mm$. Pour cet exemple numérique, le plus petit détail,qui peut être résolu dans l'image restituée a une taille de 20µ. En tenant compte du facteur de réduction 4 de l'image, les plus petits détails qu'on peut résoudre devraient être les barres (3,4) de la mire objet (fréq. spatiale $\approx 10mm^{-1}$). La photographie montre que cette limite théorique est à peu près atteinte.

Cet hologramme de phase a été enregistré sur la résine Shipley AZ-1350 à l'aide d'un laser He-Cd (puissance 70mW, $\lambda = 4416$ Å). Le temps de pose nécessaire pour balayer la surface d'hologramme ($0,4cm^2$) était 20 sec. Ceci correspond à une énergie reçue de $30mJ/cm^2$. Avec la méthode d'éclairage habituelle, le temps de pose aurait été de l'ordre d'une heure, ce qui pose des problèmes expérimentaux très difficiles.

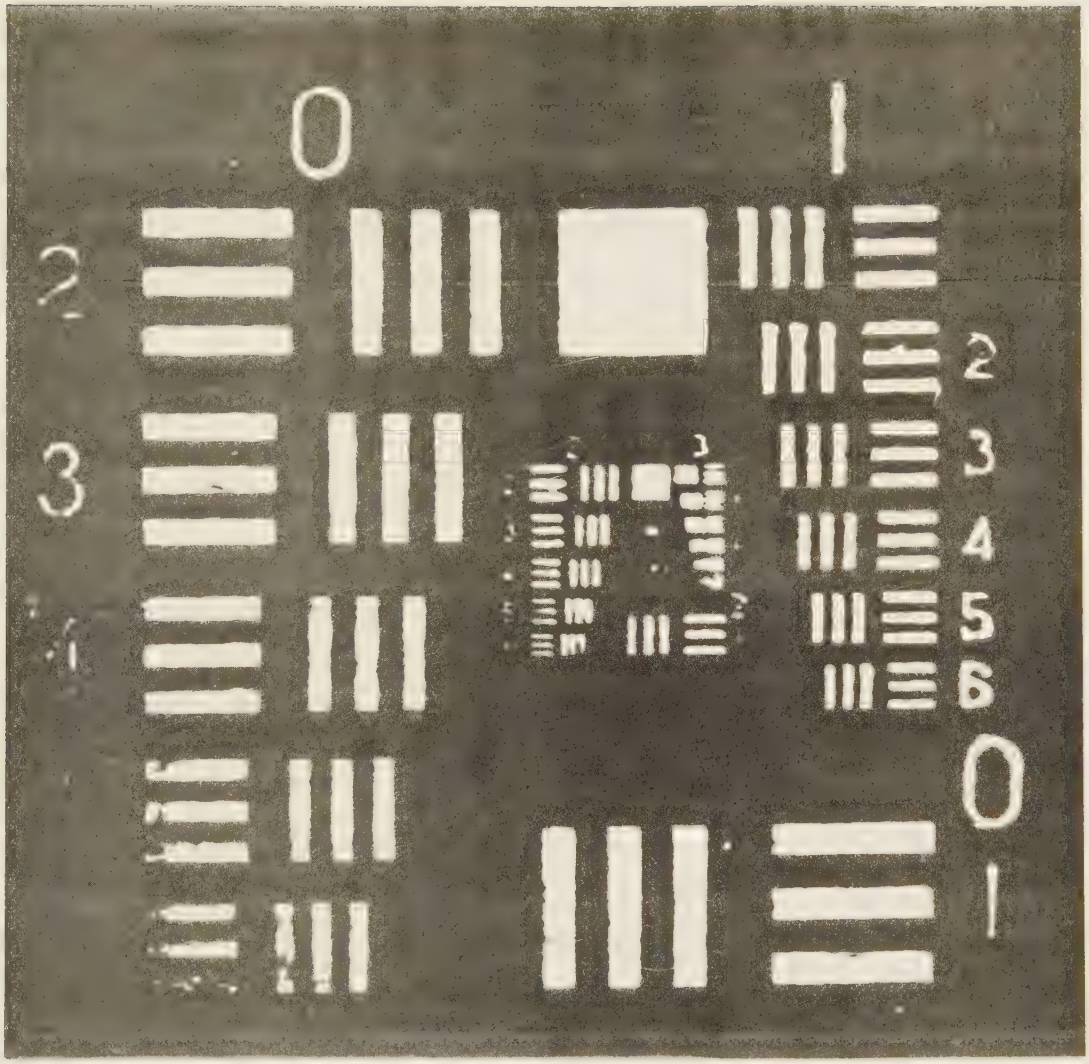


fig.23

Enregistrement sur Shipley AZ-1350

7 - PROPRIETES DES RECEPTEURS PHOTOGRAPHIQUES

Il a été montré dans le chapitre 3 que le rapport signal sur bruit en holographie incohérente dépend surtout de la qualité du récepteur photographique. Les avantages de l'holographie en lumière spatialement incohérente ne peuvent être exploités pleinement qu'en utilisant un récepteur qui a une grande efficacité de diffraction et produit peu de bruit optique (diffusion). Pour obtenir une grande efficacité de diffraction, il faut enregistrer l'information sous forme d'une image de phase au lieu d'une image d'amplitude. Afin de diminuer le bruit optique dû à la diffusion, il faut abandonner les récepteurs qui ont une structure granuleuse ; les discontinuités dans la couche photographique servent comme centres de diffusion et introduisent beaucoup de bruit. Les récepteurs qui ne possèdent des discontinuités qu'à l'échelle moléculaire (photopolymères, photorésines) engendrent un bruit beaucoup moins important que les récepteurs photographiques classiques.

7.1. Efficacité de diffraction d'un hologramme de phase

Une onde plane, incidente sur un objet de phase, est spatialement modulée en phase après transmission ou réflexion. Dans la suite, on ne considère que des objets de phase minces, pour lesquels les effets de volume sont négligeables.

Pour un objet périodique dont les variations d'épaisseur sont sinusoïdales (réseau), on peut écrire l'amplitude de l'onde transmise comme suit :

$$A_{1,t} = \exp\left\{2\pi i \cdot \frac{e(n-1)}{\lambda} \cos\left[2\pi a x\right]\right\} \qquad (7.1.1)$$

où e est la valeur maximale des variations d'épaisseur,

n l'indice de réfraction de la couche,

a la fréquence spatiale du réseau.

Dans le cas de la réflexion, on trouve :

$$A_{1,r} = \exp\left\{2\pi i \cdot \frac{2e}{\lambda} \cos\left[2\pi a x\right]\right\} \qquad (7.1.2)$$

De ces expressions, on déduit que la modulation est approximativement 3 à 4 fois plus forte dans le cas de la réflexion ($\simeq 2e$) que dans le cas de la transmission ($\simeq (n-1)\, e$), ceci pour les valeurs habituelles de n.

Pour les applications holographiques, on s'intéresse surtout aux deux premiers ordres diffractés par un tel réseau de phase. Pour trouver l'amplitude diffractée dans ces ordres, il suffit de développer les expressions (7.1.1) et (7.1.2) en série :

$$A_{1,t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n \left\{ \frac{2\pi e(n-1)}{\lambda} \right\} \cdot \exp[in2\pi ax] \qquad (7.1.3)$$

(J_n représente les fonctions de Bessel d'ordre n).

L'énergie diffractée dans les ordres +1 ou -1 est proportionnelle à

$$\eta_t \simeq J_1 \left\{ \frac{2\pi e(n-1)}{\lambda} \right\}^2 ,$$

dans le cas de la réflexion :

$$\eta_r \simeq J_1 \left\{ \frac{4\pi e}{\lambda} \right\}^2 .$$

(η est l'efficacité de diffraction du réseau).

Le maximum théorique que peut atteindre η est 33,9%.

7.2. Différents types d'hologrammes de phase

On exposera dans ce paragraphe plusieurs méthodes permettant d'obtenir des hologrammes de phase ou, d'une façon plus générale, des objets de phase pure.

7.2.1. Le blanchiment d'hologrammes d'amplitude

Le procédé de blanchiment le plus connu consiste à transformer par oxydation l'argent métallique en un sel d'argent, d'indice différent de celui de la gélatine. Après traitement, la gélatine se comporte comme un objet de phase diélectrique présentant une modulation due aux variations d'indice.

Cette méthode présente deux inconvénients majeurs :

- le procédé de blanchiment apporte un bruit important lors de la restitution des hologrammes,
- les hologrammes blanchis se dégradent sous l'influence de la lumière (noircissement).

De ces défauts, le premier surtout est gênant car il rend ces hologrammes inutilisables comme réseaux de phase de bonne qualité.

7.2.2. L'émulsion à gélatine dichromatée

Une autre méthode de fabrication de réseaux de phase est l'enregistrement d'un système de franges dans une couche de gélatine dichromatée. Sous l'influence de la lumière, la gélatine dichromatée devient soluble, un simple lavage suffit alors pour enlever la gélatine impressionnée et obtenir une image en relief. Malheureusement, les variations de hauteur de la surface n'étant pas très importantes, l'efficacité de diffraction de réseaux enregistrés de cette façon est peu satisfaisante.

Une autre méthode permettant d'obtenir des hologrammes de phase part d'une couche de gélatine dichromatée durcie et conduit à des hologrammes beaucoup plus efficaces. Le traitement consiste à faire gonfler la gélatine durcie là où elle a été exposée et à la déshydrater rapidement par lavage dans un bain d'alcool. Ce procédé provoque une variation de phase dans le volume de la gélatine, ce qui explique les grandes efficacités de diffraction obtenues par cette méthode.

La deuxième méthode d'enregistrement en gélatine bichromatée détériore l'état de la surface de la couche par l'action brusque de l'alcool ; il en résulte une augmentation du bruit optique à la restitution de l'hologramme.

7.2.3. Le blanchiment tannant

Dans le cadre s'essais systématiques, on a ensuite essayé une méthode de blanchiment donnant des images de phase pure à partir d'hologrammes ordinaires en amplifiant le relief de surface de ceux-ci.

Plusieurs auteurs[34,35] ont établi une relation approximativement linéaire entre le gonflement local de la gélatine et la densité optique à cet endroit. Le traitement avec un blanchisseur tannant produit un gonflement de l'émulsion aux endroits où se trouve l'argent métallique par la formation de sels dont les ions sont plus volumineux que les grains d'halogénure d'argent initiaux. Après le blanchiment, on enlève les halogénures non développées par un fixage très long. Il reste alors une couche de gélatine, modulée en épaisseur proportionnellement à la densité originale. L'utilisation du blanchisseur tannant permet d'obtenir des variations d'épaisseur atteignant 3 µ. Il est évident que la fonction de transfert de modulation décroît rapidement en fonction de la fréquence spatiale, car la gélatine ne peut pas suivre des variations de relief trop rapides. Comme limite pratique, on trouve une fréquence de coupure de l'ordre de 750 mm^{-1}.

Les expériences ont montré qu'un inconvénient de la méthode est l'apparition d'un bruit considérable dans les basses fréquences spatiales (comparable à celui des hologrammes d'absorption).

Pour les fréquences plus élevées (au-delà de 300 mm^{-1}), le bruit décroît rapidement, mais la fonction de transfert de modulation également. Finalement, le rapport signal sur bruit est peu amélioré pour des hologrammes, présentant au départ des densités usuelles.

La figure 24 montre les différences en ce qui concerne le rapport signal sur bruit entre deux séries d'hologrammes, l'une non blanchie, l'autre blanchie selon la méthode tannante. Pour les faibles densités, les différences sont négligeables, mais la méthode apporte une amélioration importante lorsque les hologrammes sont très denses. Le blanchiment tannant permet donc de "sauver" les hologrammes de densité trop élevée.

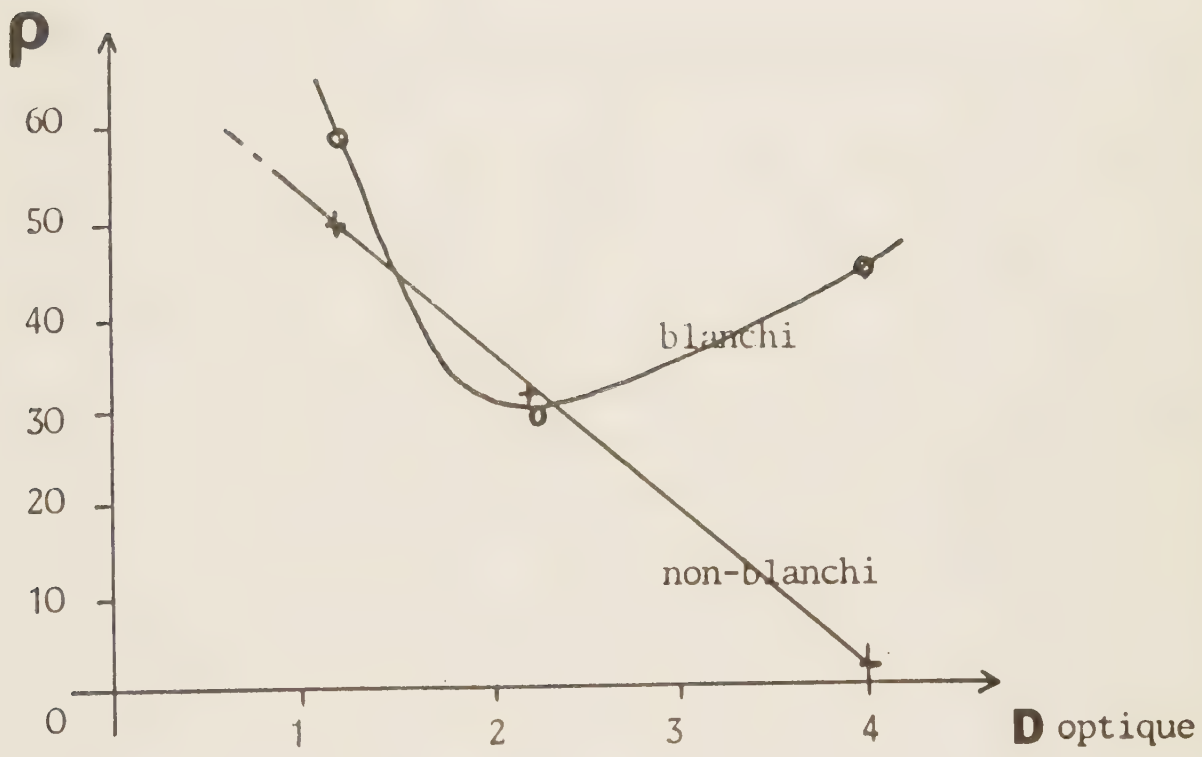


fig. 24 Rapport signal sur bruit d'hologrammes blanchis en fonction de la densité originale.

7.2.4. Le relief de surface des plaques photographiques

Il est connu que la gélatine des plaques photographiques subit des déformations pendant le développement et le fixage de l'image enregistrée. Le fait de révéler les grains impressionnés et d'enlever les halogénures non développées amène un gonflement de la gélatine aux endroits de forte illumination. L'effet est d'autant plus prononcé que le révélateur exerce une action tannante sur la gélatine.

L'expérience a montré que le gonflement est à peu près proportionnel à la densité optique de la plaque et qu'il peut atteindre une valeur de 5000 Å pour une densité optique D = 4. La méthode de blanchiment tannante essaie d'amplifier ce relief et d'utiliser ensuite l'émulsion comme un objet de phase en transmission. Les dénivellations nécessaires pour obtenir un réseau efficace restent modestes ($\lambda/6$), si l'on utilise les couches par réflexion. Les différences d'épaisseur géométrique d'une plaque photographique en fonction de la densité étant du même ordre de grandeur, on peut métalliser directement après le traitement ordinaire une plaque photographique pour l'utilisation en réflexion. Pour une densité $D_{moyenne} \simeq 2$, l'efficacité de diffraction est maximale pour un réseau à fréquence spatiale $f = 300 mm^{-1}$. Pour une longueur d'onde de restitution $\lambda = 4880$ Å, les variations d'épaisseur s'élèvent à 1800 Å environ (pour les plaques de type 649-F).

La figure 25 montre la restitution en réflexion d'un hologramme aluminé. Parmi les différents essais, l'hologramme à densité moyenne D ≃ 2 donnait, comme dans le cas d'un réseau aluminé, le meilleur résultat.

La qualité déplorable de l'image restituée est dûe au fait que le traitement chimique de la plaque photographique dégrade sérieusement la surface de la gélatine. Bien que la lumière ne traverse pas la couche de gélatine, la surface métallisée est légèrement diffusante, ce qui donne une augmentation importante du bruit dans l'image restituée.

7.2.5. Les émulsions bichromatées à faible énergie d'insolation

Un dernier procédé de fabrication d'objets de phase essaie de combiner le blanchiment et le traitement avec un sel dichromaté [36]. A cet effet, un hologramme normal d'absorption est blanchi avec un blanchisseur tannant sans fixage ultérieur; l'hologramme est trempé ensuite dans une solution dichromatée. Le but de l'opération est de changer l'image (présente sous forme de distributions de grains de sel d'halogénures) en une image de relief dans la gélatine bichromatée. On éclaire la plaque blanchie et dichromatée à l'aide d'un faisceau laser intense puis l'on traite la gélatine de la

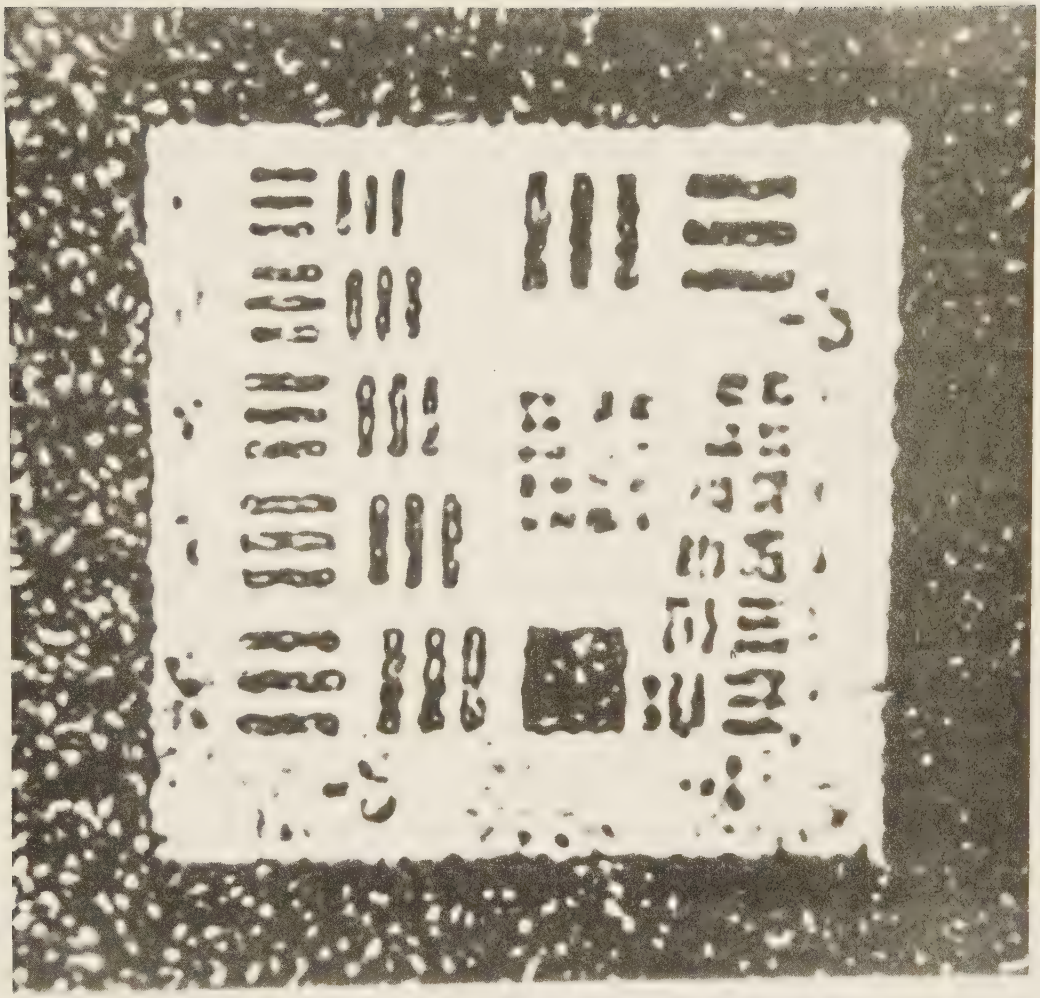


fig. 25

RESTITUTION A PARTIR D'UNE PLAQUE ALUMINEE

manière habituelle. Le système de franges est alors reproduit sous forme de variations d'épaisseur et d'indice de la gélatine bichromatée. Le mécanisme exact du processus est peu connu : on l'explique par la formation d'ondes stationnaires dans la gélatine pendant l'insolation avec le laser, ondes, qui reproduisent le système de franges original, comme dans le processus de copie cohérente des hologrammes {37}.

Le grand avantage de la méthode est que l'on peut obtenir un hologramme de phase en gélatine bichromatée sans être gêné par le peu de sensibilité de la gélatine bichromatée aux rayonnements visibles (5 à 10 mJ/cm^2). Lors de la première pose, il faut l'énergie lumineuse nécessaire pour arriver à la densité normale d'une plaque photographique. La deuxième pose se faisant à l'aide d'un faisceau laser direct, le temps d'exposition est de l'ordre de quelques dizaines de secondes. L'inconvénient de la méthode est la durée très longue du traitement (de l'ordre de 5 heures) et la difficulté que l'on a à maîtriser le grand nombre de paramètres (température, concentration des produits, etc.) pendant les multiples étapes du processus.

7.3. Les photorésines

Parmi les photorésines, on peut distinguer deux types, les résines négatives et les résines positives qui diffèrent entre elles en ce qui concerne le mécanisme de développement. Pour les résines dites négatives, le révélateur enlève toute la matière non insolée. Dans le cas des résines positives, l'inverse se produit : le révélateur enlève progressivement la résine insolée. Pour les deux types, le résultat final est que l'information est enregistrée sous forme d'une modulation d'épaisseur de la couche de photorésine.

Grâce à leur structure chimique, les résines négatives peuvent être sensibilisées par un colorant organique pour augmenter leur sensibilité dans le domaine spectral visible. Pour les résines positives, une telle opération n'a pas été possible jusqu'à maintenant et leur sensibilité spectrale atteint son maximum dans le domaine habituel des photorésines, c'est-à-dire dans l'ultraviolet. A cause de leur sensibilité spectrale améliorée, les premiers essais ont été effectués avec les photorésines négatives.

7.3.1. Préparation des couches

Comme support des couches, on a choisi des lames de verre polies. La propreté chimique des surfaces a une importance capitale. En effet, les taches de graisse empêchent l'accrochage et, par suite, l'étalement uniforme de la couche sur le support.

Un dégraissage efficace peut être obtenu à l'aide du mélange sulfo-chromique. Sous agitation continue à une température de 50°C, le nettoyage de la surface de verre est accompli en 5 minutes environ. Un nettoyage supplémentaire dans une cuve à ultrasons (bain d'alcool isopropylique) n'apporte pas d'amélioration sensible. Le nettoyage terminé, les lames de verre sont rincées à l'au distillée et séchées dans une étuve à 100-120°C.

Les photorésines que l'on peut acheter dans le commerce sont livrées avec un diluant. Le rapport résine-diluant utilisé détermine l'épaisseur et également la sensibilité de la couche de photorésine. Plusieurs méthodes d'étalement de couche sont utilisées [38].

On peut écraser quelques gouttes de mélange résine-diluant entre deux lames de verre, puis les séparer. L'épaisseur de la couche est fonction du volume de résine initial.

Une méthode qui semble donner des résultats plus reproductibles que la précédente est l'étalement de la couche par centrifugation en fixant le substrat sur une tournette. L'expérience a montré que la vitesse de rotation de la tournette a peu d'influence sur l'épaisseur finale de la couche : c'est surtout le rapport résine-diluant qui détermine l'épaisseur.

Pour obtenir des couches bien uniformes, on procède de la façon suivante :

a) pendant l'arrêt de la tournette, on étale avec une seringue-filtre une quantité nettement excédentaire de résine sur le substrat;
b) on met en marche la tournette en éjectant progressivement la résine en surplus et on laisse tourner la lame pendant au moins deux minutes à une vitesse de 1500 tours/min.

L'uniformité de la couche est telle que l'on observe en réflexion moins d'une demi-frange sur une surface de $4 cm^2$.

La figure 26 montre des photos prises à l'aide d'un microscope interférentiel (type Michelson) de bords de couches de photorésine.

La photo a montre une couche d'un mélange de résine-diluant dans le rapport 1:3, ce qui conduit à une épaisseur de 1 000 Å environ. La photo b est relative à une couche de 2 parts de résine pour une part de diluant : l'épaisseur est approximativement 8 000 Å. Ces résultats sont relatifs à la résine KOR, Kodak Ortho Résine. D'autres résines, y compris les résines positives, se comportent d'une façon analogue en ce qui concerne l'opération d'étalement de la couche. La viscosité du mélange résine-diluant détermine surtout l'épaisseur finale de la couche ; la vitesse de rotation de la tournette pendant l'étalement de la couche joue un rôle secondaire.

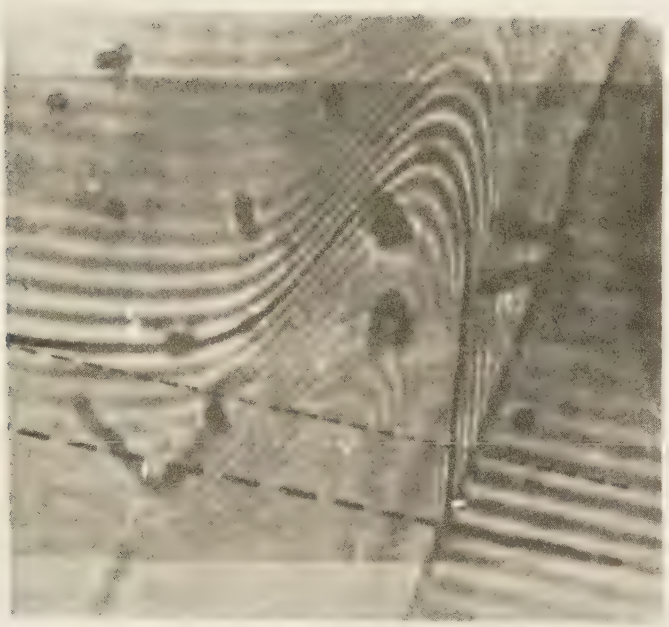


fig. 26 a

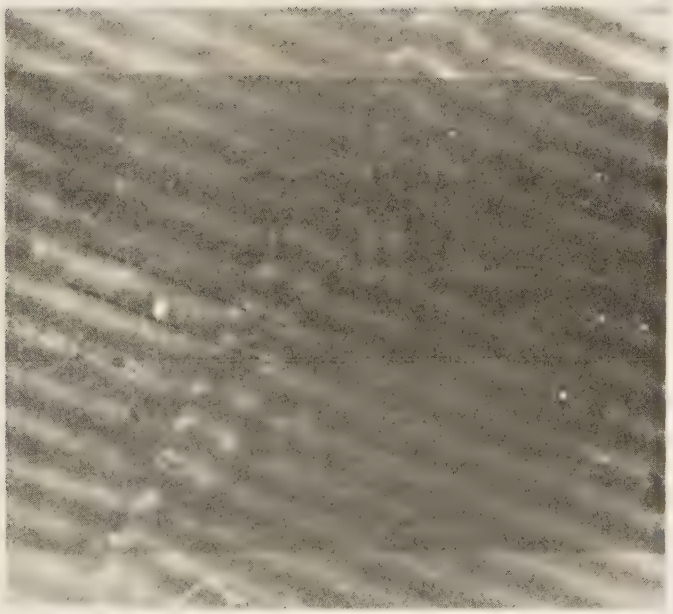


fig. 26 b

7.3.2. Caractéristiques des résines négatives

Le grand avantage des résines négatives est leur sensibilité accrue dans le domaine visible du spectre. A une longueur d'onde de 5 000 Å environ (laser à l'argon), le gain en sensibilité est de l'ordre de 50 à 100 par rapport aux résines positives. Récemment, on a même développé des résines négatives qui présentent une telle sensibilité ($\simeq$ 20 mJ/cm^2) à des longueurs d'onde supérieures à 6 000 Å, pour utilisation avec le laser à rubis.

7.3.2. a) La résine KOR

En tenant compte de la longeuur d'onde du laser disponible (λ = 4880 Å) et des sensibilités spectrales que l'on trouve dans la littérature, la résine KOR semblait la mieux adaptée au problème. Comme révélateur, le fabricant conseille le sien qui est un révélateur rapide (1 min.), à base de xylène. Après développement, on laisse sécher la plaque à l'air ambiant.

On a commencé par impressionner les couches de photorésines à l'aide d'un éclairement sinusoïdal, en enregistrant l'hologramme cohérent d'un point source (réseau). Puisqu'on disposait d'un microscope interférentiel, résolvant une fréquence spatiale maximale de 50 mm^{-1}, les premières expériences ont porté sur des réseaux de basse fréquence afin de pouvoir étudier le profil des sillons.

Les couches de photorésine très diluée (1/3) donnent une efficacité très faible. En augmentant progressivement la concentration de la résine jusqu'à 2/1, on a atteint finalement une épaisseur optimale de l'ordre de 8 000 Å. L'énergie nécessaire pour arriver à une efficacité de diffraction maximale en transmission était 30 mJ/cm^2.

En supposant sinusoïdal le profil des traits du réseau, on peut calculer la profondeur de modulation de la couche à partir de l'efficacité de diffraction mesurée. La valeur obtenue ($\eta_{transmission}$ = 33%) donne pour la profondeur e des sillons :

$$e \simeq \lambda = 5\,000 \text{ Å pour } n_{résine} = 1{,}62 \text{ (interfrange = 20 } \mu)$$

Etant donné la gamme de fréquences spatiales dans laquelle on travaille en holographie incohérente, on a porté le pas du réseau à enregistrer à 2 µm, ce qui correspond à une fréquence spatiale de 500 mm^{-1}. La méthode de préparation des couches n'ayant pas été changée, on a constaté qu'après développement avec le xylène, les couches étaient craquelées et d'aspect laiteux. D'abord, on a cherché à améliorer la qualité des couches en utilisant un autre révélateur.

La résine non exposée est soluble dans une grande quantité de produits chimiques ; même un fort rinçage à l'eau peut enlever partiellement la résine soluble et donner un relief. On peut utiliser un produit chimique peu réactif et lent pour éviter de grandes contraintes dans la couche de résine pendant le développement. L'alcool éthylique, l'alcool méthylique et le trichloréthylène ont été utilisés comme révélateurs. Tous ces traitements donnaient les mêmes résultats décevants.

En augmentant le pas du réseau de 2 µ à 5 µ (200 mm^{-1}), les résultats obtenus n'étaient guère meilleurs. Il faut en conclure que la photorésine KOR ne peut résoudre plus de 100 traits/mm. Pour cette raison, elle n'est pas d'une grande utilité en holographie.

De plus, il faut remarquer que le comportement de la résine change si le système de franges enregistré n'est plus uni-dimensionnel,mais a la forme d'un vrai hologramme. Les contraintes dans la couche, qui se produisent pendant le développement et le séchage, se dissipent plus facilement dans une structure uni-dimensionnelle. Un hologramme à porteuse présente des inversions de contraste des franges et on a pu observer sous le microscope qu'à ces endroits, les ruptures de la couche se produisent le plus fréquemment. Par conséquent, l'évaluation de la résolution spatiale à l'aide d'enregistrement de réseaux donne une image trop optimiste de la résolution de la photorésine.

7.3.2. b) La résine PE-4125

A cause du pouvoir de résolution limité de la résine KOR, on s'est procuré ensuite la résine PE-4125 qui est plus résolvante, selon le fabricant (Kodak). PE-4125 est une résine négative, fréquemment utilisée pour les circuits imprimés, qui exige une énergie de 300 mJ/cm^2 à la longueur d'onde λ = 4880 Å (laser à l'argon). Une version sensibilisée dans le rouge a été développée récemment : à la longueur d'onde λ = 4880 Å, l'énergie nécessaire pour arriver à une efficacité de diffraction maximale en transmission est 20 mJ/cm^2 environ.

L'enregistrement de réseaux sur PE-4125 n'a pas posé de problème pour des fréquences spatiales allant jusqu'à 500 mm^{-1}. Par contre, l'enregistrement d'hologrammes à une fréquence porteuse moyenne de 250 mm^{-1} est difficilement reproductible : souvent, sous l'action du révélateur, la surface de la couche s'abîme.Même avec un révélateur lent, comme le diéthyladipate, une résolution spatiale de 250 mm^{-1} est difficile à atteindre. Les résultats

La résine non exposée est soluble dans une grande quantité de produits chimiques ; même un fort rinçage à l'eau peut enlever partiellement la résine soluble et donner un relief. On peut utiliser un produit chimique peu réactif et lent pour éviter de grandes contraintes dans la couche de résine pendant le développement. L'alcool éthylique, l'alcool méthylique et le trichloréthylène ont été utilisés comme révélateurs. Tous ces traitements donnaient les mêmes résultats décevants.

En augmentant le pas du réseau de 2 µ à 5 µ (200 mm^{-1}), les résultats obtenus n'étaient guère meilleurs. Il faut en conclure que la photorésine KOR ne peut résoudre plus de 100 traits/mm. Pour cette raison, elle n'est pas d'une grande utilité en holographie.

De plus, il faut remarquer que le comportement de la résine change si le système de franges enregistré n'est plus uni-dimensionnel,mais a la forme d'un vrai hologramme. Les contraintes dans la couche, qui se produisent pendant le développement et le séchage, se dissipent plus facilement dans une structure uni-dimensionnelle. Un hologramme à porteuse présente des inversions de contraste des franges et on a pu observer sous le microscope qu'à ces endroits, les ruptures de la couche se produisent le plus fréquemment. Par conséquent, l'évaluation de la résolution spatiale à l'aide d'enregistrement de réseaux donne une image trop optimiste de la résolution de la photorésine.

7.3.2. b) La résine PE-4125

A cause du pouvoir de résolution limité de la résine KOR, on s'est procuré ensuite la résine PE-4125 qui est plus résolvante, selon le fabricant (Kodak). PE-4125 est une résine négative, fréquemment utilisée pour les circuits imprimés, qui exige une énergie de 300 mJ/cm^2 à la longueur d'onde λ = 4880 Å (laser à l'argon). Une version sensibilisée dans le rouge a été développée récemment : à la longueur d'onde λ = 4880 Å, l'énergie nécessaire pour arriver à une efficacité de diffraction maximale en transmission est 20 mJ/cm^2 environ.

L'enregistrement de réseaux sur PE-4125 n'a pas posé de problème pour des fréquences spatiales allant jusqu'à 500 mm^{-1}. Par contre, l'enregistrement d'hologrammes à une fréquence porteuse moyenne de 250 mm^{-1} est difficilement reproductible : souvent, sous l'action du révélateur, la surface de la couche s'abîme.Même avec un révélateur lent, comme le diéthyladipate, une résolution spatiale de 250 mm^{-1} est difficile à atteindre. Les résultats

peu encourageants avec les résines négatives, invitent à l'utilisation de résines positives qui, d'une part sont moins sensibles dans le domaine visible que les résines négatives, mais d'autre part ont un pouvoir de résolution élevé.

7.3.3. Les résines positives

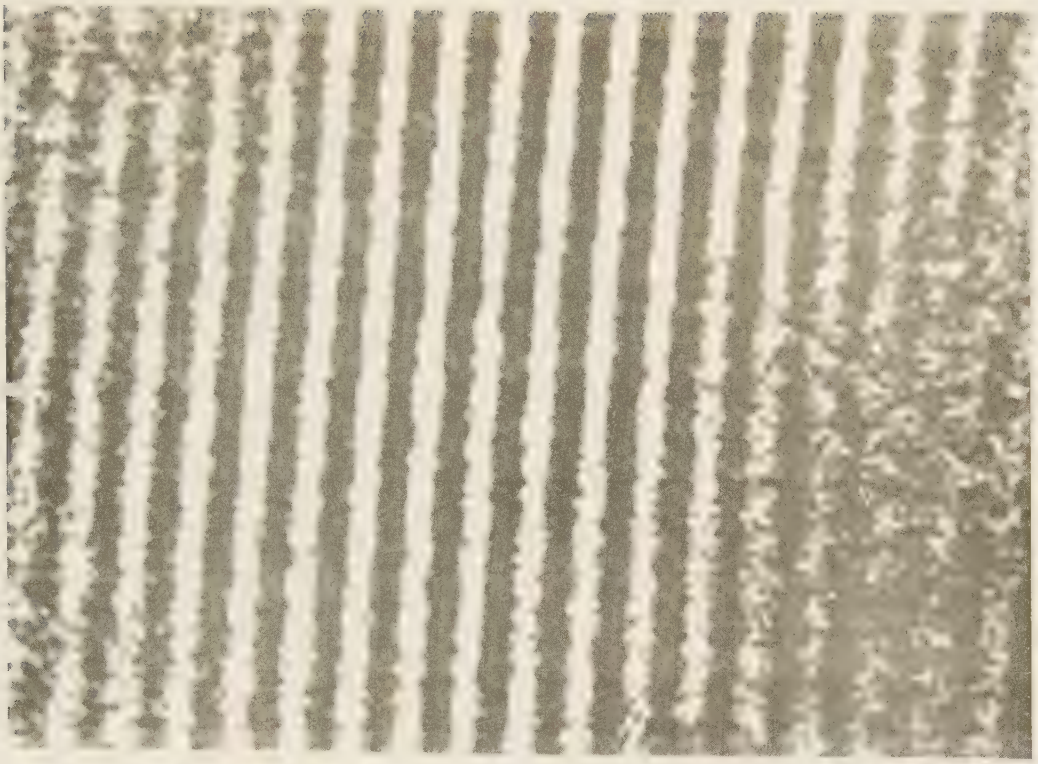
L'utilisation des résines positives est devenue possible par l'application de la méthode à balayage pour l'enregistrement d'hologrammes incohérents. La méthode d'enregistrement classique à l'aide d'un laser qui traverse un diffuseur tournant conduit à des temps de pose extrêmement longs si l'on utilise les résines positives. Le gain en temps de pose, grâce à la nouvelle méthode, est de deux ordres de grandeur et permet de réduire les temps de pose d'une heure à quelques dizaines de secondes.

La résine la plus utilisée pour les circuits intégrés est la résine Shipley AZ-1350 qui possède une résolution spatiale bien supérieure à 1 000 mm^{-1}. La préparation des couches est identique à celle des couches de résines négatives, KOR et PE-4125. Quant à la sensibilité spectrale, l'énergie nécessaire pour arriver à une efficacité de diffraction maximale est de l'ordre de 2 J/cm^2 à λ = 4880 Å (laser à l'argon) et de 30mJ/cm^2 à λ = 4416 Å (laser à hélium- cadmium). Etant donné les puissances disponibles à ces longueurs d'onde, on a intérêt à enregistrer les hologrammes à λ = 4416 Å. Le développement peut s'effectuer avec le révélateur spécial AZ-1350 ou avec le révélateur AZ-303 {39}. Après développement, les lames sont rincées à l'eau distillée et rapidement séchées avec un jet d'air chaud.

7.3.4. Résultats expérimentaux

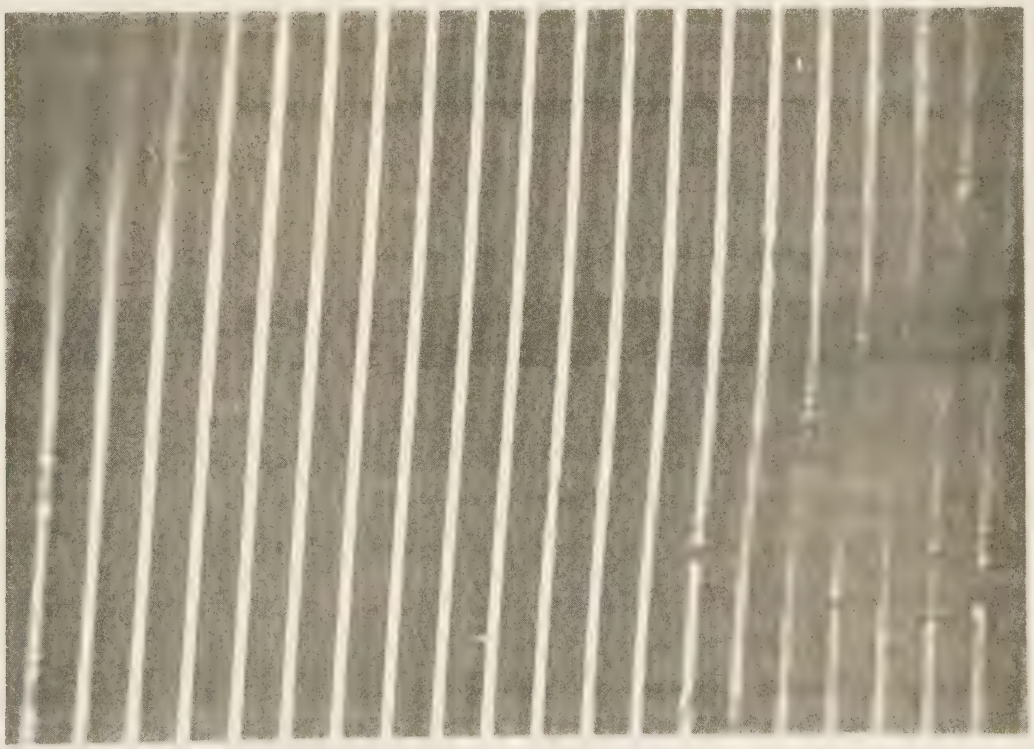
La figure 27 montre deux microphotographies d'hologrammes. Les franges de l'hologramme a (un hologramme d'amplitude, enregistré sur une plaque photographique à faible bruit 649-F) sont affectées par la structure granuleuse de la plaque photographique. L'hologramme b (un hologramme de phase, enregistré dans une couche de photorésine AZ-1350) est exempt de ces micro-défauts

La figure 28 (a-c) montre trois restitutions d'une mire (la mire normalisée du National Bureau of Standards), enregistrée respectivement sur une plaque photographique 649-F, dans une couche de photorésine PE-4125 et dans une couche de résine AZ-1350. Pour les trois hologrammes, les paramètres d'enregistrement sont les suivants :



a) KODAK 649-F

5µm



b) SHIPLEY AZ-1350

5µm

Microphotographies d'hologrammes

fig.27

fréquence porteuse moyenne $f_r \simeq 280mm^{-1}$

surface hologramme S_H $\Phi = 7mm$ (diamètre)

angle de rotation $\theta = 12°$

En prenant comme référence le temps de pose, nécessaire pour l'enregistrement de l'hologramme sur AZ-1350, on trouve le rapport suivant entre les trois temps de pose :

649 F	0,003	s.
PE-4125	1	s.
AZ-1350	20	s.

On voit nettement l'amélioration de la qualité de l'image, restituée à partir de l'hologramme enregistré sur AZ-1350, par rapport à la qualité des deux autres images.

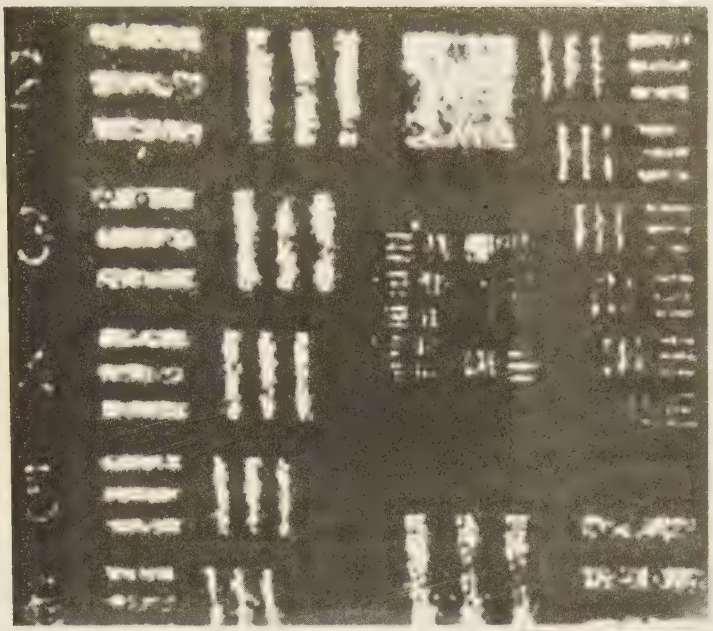


fig. 28a

649-F

(KODAK)

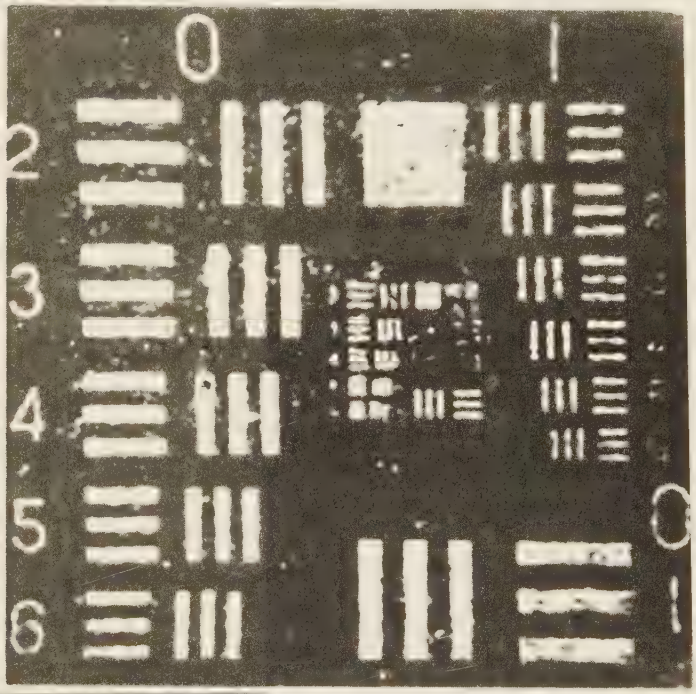


fig. 28b

PE-4125

(KODAK)

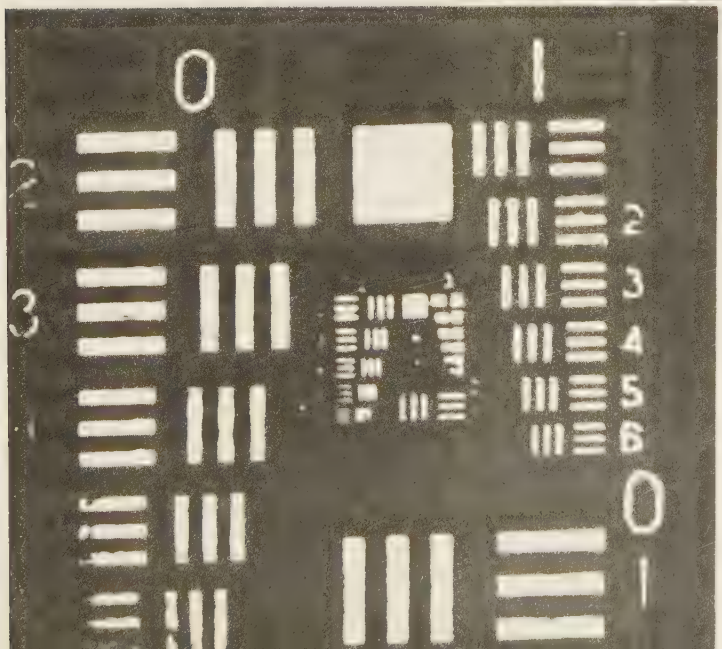


fig: 28c

AZ-1350

(SHIPLEY)

CONCLUSION

On a montré qu'en présence d'un objet diffusant, la cohérence partielle lors de l'enregistrement d'un hologramme est à l'origine de l'apparition d'un bruit dans l'éclairement des images restituées. Ce bruit dû à l'objet s'additionne d'une façon cohérente au bruit introduit par le récepteur photographique. Si l'objet présente des défauts de phase qui sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, le bruit de diffusion de l'objet seul suffit à dégrader complètement la qualité de l'image restituée (rapport signal sur bruit égale unité) en utilisant la méthode classique d'enregistrement (méthode à dédoublement symétrique). En considérant toujours le bruit introduit par l'objet, la méthode à rotation apporte une amélioration du rapport signal sur bruit au prix d'une perte en résolution.

Dans la pratique, la source principale de bruit en holographie incohérente est le récepteur photographique. L'amélioration obtenue par l'utilisation de couches de photorésine, au lieu de plaques photographiques, pour l'enregistrement des hologrammes est considérable. L'utilisation de photorésines n'est devenue possible que grâce à une nouvelle méthode d'éclairage (méthode à balayage) qui permet de diminuer les temps de pose d'un facteur 100 environ. La fabrication en série de couches de photorésine reste un problème ; les opérations sont délicates, et seul un atelier spécialisé peut espérer atteindre une reproductibilité satisfaisante des résultats.

O

O O

O

REFERENCES

{1} L. MERTZ and N.O. YOUNG, Proc. I.C.O. Conf.Opt.Instr., London, (1961) p. 305

{2} A. LOHMANN, J.O.S.A.,56, p.1555 (1965)

{3} G.W. STROKE and R.C. RESTRICK, Appl. Phys.Letters, 7, p.229 (1965)

{4} G. COCHRAN, J.O.S.A., 56, p. 1513 (1966)

{5} P.J. PETERS, Appl. Phys.Letters, 8, p. 209 (1966)

{6} J.T. WINTHROP and C.R. WORTHINGTON, Phys. Letters, 15, p.124 (1965)

{7} O. BRYNGDAHL, A. LOHMANN, Appl. Opt., 9, p.231 (1970)

{8} S. LOWENTHAL, J. SERRES et C. FROEHLY, C.R. Acad.Sc., t.268, p.841-844 (1969)

{9} J. SERRES, Thèse Orsay, 1970

{10} J.W. GOODMAN, J.O.S.A., 57, p.493 (1967)

{11} A. KOZMA, J.O.S.A.,58, p.436 (1968)

{12} S. BENTON and R. KRONAUER, J.O.S.A.,61, p.524 (1971

{13} S. LOWENTHAL, J. SERRES and H. ARSENAULT, Opt. Comm.,1, p.438 (1970)

{14} K. BIEDERMANN, Optik, 31 (4) (1970)

{15} G.B. BRANDT, Appl. Opt., 9, p.1424 (1970)

{16} K. BIEDERMANN and K.A. STETSON, Phot.Sc. and Eng., 13, p.361 (1969)

{17} A. MARECHAL et M. FRANÇON, Diffraction, structure des images, p.81, MASSON, Paris

{18} M. BORN and E. WOLF, Principles of Optics, 3d rev.ed., p.534 et sq., Pergamon Press, New York (1965)

{19} P. BECKMANN and A. SPIZZICHINO, The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces, p. 454, Pergamon Press, London (1963)

{20} I. WEINGÄRTNER, W. MIRANDE and E. MENZEL, Optik, 29, p. 87 (1969)

{21} H. FUJIWARA e.a, Opt.Acta, 17, p.823 (1970)

{22} R.L. POWELL and K.A. STETSON, J.O.S.A., 55, p.1593 (1965)

{23} B.P. HILDEBRAND and K.A. HAINES, Appl. Opt., 5, p.172 (1966)

{24} G. PIERATTINI, Opt.Comm., 5, p.41 (1972)

{25} S. LOWENTHAL, J.SERRES and C. FROEHLY, J.O.S.A., 60, p.421 (1970)

{26} D. GABOR, G.W. STROKE, R. RESTRICK, A. FUNKHOUSER, D. BRUMM, Phys. Lett., 18, p.116 (1965)

{27} E.B. FELSTEAD, Appl. Opt.,10, 1185 (1971)

{28} K.S. PENNINGTON, P.M.WILL and G.L. SHELTON, Opt.Comm., 2, 113 (1970)

{29} S. DEBRUS, M. FRANÇON et C.P.GROVER, Opt. Comm., 4, p.172 (1971)

{30} Y. BELVAUX, S. LOWENTHAL et T. SAIMI, Opt.Comm., 5, p. 143 (1972)

{31} S. LOWENTHAL and J. BRAAT, Appl. Opt., 10, p. 2553 (1971)

{32} S. LOWENTHAL, D. JOYEUX and H. ARSENAULT, Opt. Comm.,2, p.184 (1970)

{33} J. BRAAT and S. LOWENTHAL, J.O.S.A., article accepté, à paraître en Février 1973

{34} F.T.S. YU, Appl. Opt., 8, p.2350 (1969)

{35} J.H. ALTMANN, Appl. Opt., 5, p. 1689 (1966)

{36} K.S. PENNINGTON, J.S. HARPER and F.P. LAMING, Appl. Phys.Lett., 18, p. 80 (1971)

{37} Y. BELVAUX, Ann. de Radioélectricité, 22, p. 105 (1967)

{38} M.J. BEESLEY, J.G. CASTLEDINE, dans "Applications de l'holographie", § 11-2, éd. J.C.VIENOT Besançon (1970)

{39} R.A. BARTOLINI, Appl. Opt., 11, p.1275 (1972)

REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur MARECHAL de m'avoir accueilli dans cet Institut d'Optique qui, avec ses nombreux services couvrant la plus grande partie de l'optique moderne, constitue l'environnement idéal pour un chercheur débutant.

Monsieur LOWENTHAL, qui m'a confié ce sujet, n'a pas reculé devant tous les problèmes qui surgissent quand un étudiant étranger, avec peu d'expérience dans la recherche, doit s'adapter et s'initier à son nouveau travail. Il m'a toujours suivi de très près dans mes expériences et m'a donné de nombreux conseils, chaque fois qu'une difficulté se présentait.

Il va de soi que tous les membres de son laboratoire peuvent être assurés de mon amitié et de ma reconnaissance; en particulier, ils m'ont aidé à parfaire d'une manière intensive ma connaissance de la langue française dans toute son opulence, homologuée ou non homologuée par l'Académie.

Je remercie également Jean-Jacques CLAIR avec qui j'ai discuté et coopéré d'une façon fructueuse dans le cadre de notre travail commun sur la fabrication des couches de photorésine.